

---

### III. ESTUDIO DE CAPACIDAD DE UN PROCESO

En el capítulo anterior se estudió el efecto que tiene la variación en un proceso, y la importancia de medirla. En este capítulo se presenta el Estudio de Capacidad como una manera de medir la variación en el proceso utilizando los Índices de Capacidad.

El Estudio de Capacidad de los Procesos es de gran importancia ya que actualmente uno de los mayores retos de los fabricantes es el de competir ofreciendo productos y servicios de alta calidad a bajo costo. El Estudio de la Capacidad de Procesos nos va a ser útil para:

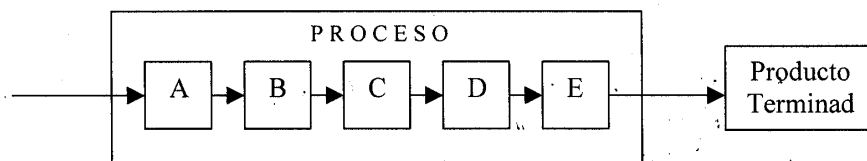
- Medir que tan bueno es nuestro proceso para producir productos que estén dentro de las especificaciones.
- Ayudar a los diseñadores o realizadores del producto a seleccionar o modificar un proceso
- Ayuda a establecer un intervalo entre muestreo y controles de procesos.
- Especificar los requisitos para el funcionamiento de nuevos equipos.
- Elegir entre diferentes proveedores.
- Planear la sucesión de los procesos de producción cuando existe un efecto interactivo de los procesos sobre las tolerancias.
- Reducir la variabilidad en un proceso de manufactura.

De esta manera podemos darnos cuenta que el análisis de la capacidad de procesos es una técnica que tiene aplicaciones en muchas partes del proceso, que incluyen el diseño del producto y del proceso, la búsqueda de proveedores, la planeación de la producción o la fabricación, y la manufactura misma. Sin embargo, de los puntos anteriores se tomara como el mas importante al primero de ellos para fines de esta investigación. El enfoque será

---

dirigido a analizar como medir que tan bueno es un proceso para medir los productos buenos.

Para la elaboración de cualquier producto es necesario contar con un sistema de producción, el cual está formado por varios procesos especializados cada uno en alguna de las diferentes operaciones que sean necesarias para elaborar el producto final. Es importante aclarar que los Estudios de Capacidad se llevan a cabo para cada uno de los procesos que forman el sistema. (figura 6)



*Figura 6 Modelo de un Proceso*

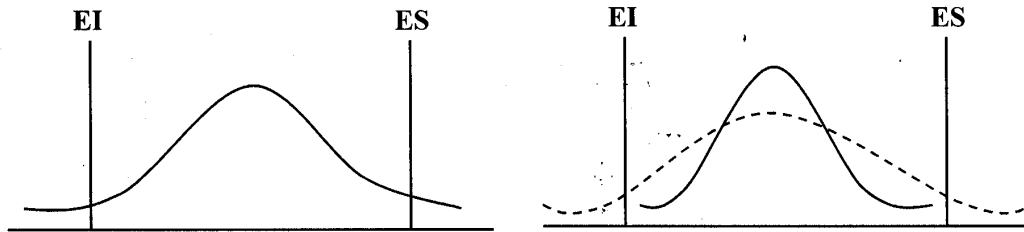
Supongamos que se desea producir zapatos. Para este proceso contamos con 4 procesos diferentes:

Cortado de la piel, cortado de suela, costura y pintado.

Cada uno de estos procesos se debe de medir de tal forma que para cada uno se realice un estudio diferente; y a cada uno se le calcula la capacidad.

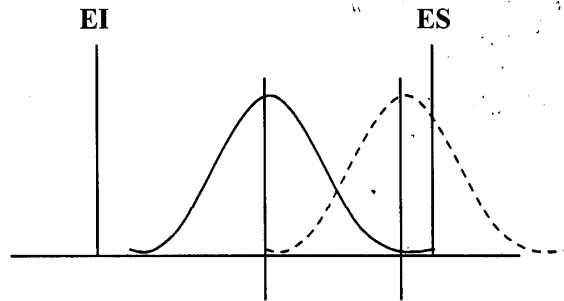
El estudio de capacidad nos va a permitir darnos cuenta si un proceso es capaz o incapaz de producir dentro de los márgenes establecidos. Cuando algún proceso es catalogado como incapaz los procedimientos de muestreo de aceptación deben de mantenerse como parte del proceso. Un proceso que es incapaz es aquel que se sale de los límites de especificaciones. La incapacidad de un proceso puede presentarse cuando la variación en este es muy grande no cabe dentro de los límites (fig. 7), por otro lado podemos tener procesos que en un inicio este dentro de los límites especificados y que con el paso del tiempo su variación crece y

sale de estos (fig. 8), o podemos tener otro proceso en el cual se cumpla con los límites y que debido a cambios en el promedio salga de los límites aunque su variación no aumente (fig. 9).



*Figura 7 Proceso Incapaz*

*Figura 8 Proceso en el que cambió la variación*



*Figura 9 Proceso con promedio móvil*

Es importante que para la realización de un Estudio de Capacidad se cuente con las condiciones normales de operación, lo cual se refiere a que un proceso de manufactura este operando bajo instrucciones aprobadas, es decir, que use las materias primas o materiales que han sido especificados en la planeación, operadores con experiencia y entrenados, máquinas bien preparadas, equipo de medición verificado y calibrado, además de contar con un medio ambiente apropiado.

---

El propósito principal del Estudio de la Capacidad de un Proceso es evaluar si un proceso cumple con las especificaciones establecidas en la etapa de diseño para todas aquellas características de calidad críticas de un proceso. Es importante señalar que en un estudio de capacidad únicamente esta presente la variación natural del proceso, a diferencia del estudio del desempeño del proceso (Ppk).

### **3.1 Pasos a seguir para el estudio de capacidad**

Para realizar un estudio de capacidad se deben de llevar a cabo los siguientes seis pasos:

1. Seleccionar las características críticas de calidad. Es necesaria la selección de los factores que se consideran que son de mas importancia antes de iniciar el estudio de capacidad. Es importante señalar que los factores críticos que serán seleccionados deben de ser factores que puedan ser medidos numéricamente. Los criterios para decidir que características de calidad son críticas tienen que ver con funcionalidad, calidad y costo.
2. Recolección de datos. Se debe de tener un sistema para recolectar datos, de manera que se tenga al menos 100 datos para cada factor crítico que se quiera controlar; después de tener los datos se debe checar el requisito de normalidad para dichos datos construyendo un histograma para tener una idea preliminar de la distribución que tienen los datos y utilizar posteriormente una prueba de bondad y ajuste para concluir con más confianza si los datos siguen o no una distribución normal.
3. Establecer control sobre el proceso. Se dice que el proceso esta en control si solamente se ve afectado por causas comunes de variación. Es requisito mantener un proceso dentro de control para determinar su capacidad.

- 
4. Analizar los datos del proceso. Se determina la capacidad del proceso calculando los índices de capacidad, calculando la media y la desviación estándar con datos obtenidos del proceso.
  5. Analizar las fuentes de variación. Este estudio puede abarcar desde técnicas estadísticas hasta diseños experimentales que pueden ser muy costosos y por un largo periodo de tiempo. Para realizar el análisis de las fuentes de variación es muy importante conocer cuales son los factores que están afectando la variación natural y el promedio del proceso.
  6. Establecer sistemas de monitoreo del proceso. Ya que los estudios son realizados, y el índice de capacidad nos indica que el proceso es capaz, se puede establecer un sistema de control estadístico para realizar un monitoreo del proceso y verificar que este se mantenga dentro de las especificaciones de calidad a través del tiempo.

### **3.2 Índices de capacidad**

Para llevar a cabo el calculo de los índices de capacidad se debe de haber demostrado que las mediciones obtenidas en los factores que se consideraron críticos siguen una distribución normal, además de haber calculado la media y la desviación estándar del proceso; que el proceso se encuentre estadísticamente estable y que las especificaciones estén basadas en los requerimientos de los clientes.

Dentro de los procesos existen dos tipos de variación, la “Variación Inherente del Proceso” y la “Variación Total del Proceso”.

La Variación Inherente del Proceso es el tipo de variación que encuentra únicamente las causas comunes en él, y puede ser estimada con la ayuda de los gráficos de control.

Para los gráficos de medias y rangos se calcula:

---

$$\sigma_s = R/d_2$$

Para promedios y desviaciones se calcula:

$$\sigma_s = S/C_4$$

La Variación Total del Proceso es el tipo de variación que analiza tanto las causas comunes como las especiales. Puede ser estimada por  $s$ , y utiliza todas las observaciones obtenidas para tener una estimación más exacta de la desviación estándar.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Existen muchos tipos de índices que nos permiten medir la capacidad de los procesos, pero para efectos de nuestro estudio analizaremos cuatro de ellos; y los diferenciaremos por la forma de medir la variación del proceso.

### 3.3 Cálculo de los Índices de Capacidad de Variación Inherente del Proceso

Este tipo de Índice analiza la variación inherente de los procesos estables, y como vimos anteriormente esto significa que únicamente toma en cuenta las causas comunes que están presentes en el proceso al momento de realizar nuestro análisis.

Entre los índices de capacidad de este tipo se encuentra el  $C_p$ , este índice nos indica “El desempeño Potencial del Proceso”, relacionando la variación entre las especificaciones con la variación natural del proceso. Normalmente este índice se utiliza en la fase en que el proceso está siendo diseñado y durante la fase de producción. El  $C_p$  se calcula dividiendo el rango de las especificaciones entre seis veces la desviación estándar, es decir el límite de control superior menos el límite de control inferior entre seis veces sigma:

$$C_p = (\text{Rango de las Especificaciones})/6\sigma = (USL - LSL)/6\sigma$$

A continuación (tabla 3) se presenta una relación entre el índice de capacidad y las partes por millón en defectos que se generan cuando el proceso está centrado, es decir, si el centro del proceso es igual a  $(ES + EI) / 2$ . En caso contrario no se aplica.

Valor del Cp	% de capacidad	% No conforme	Partes por millón (ppm)
0.500	86.640	13.360	133 600
0.620	93.500	6.500	65 000
0.680	96.000	4.000	40 000
0.750	97.500	2.500	25 000
0.810	98.500	1.500	15 000
0.860	99.000	1.000	10 000
0.910	99.350	0.650	6 500
1.000	99.730	0.270	2 700
1.330	99.990	0.006	60

*Tabla 3 Relación entre el Cp y las PPM*

El Cpk es un índice de capacidad que nos indica “El desempeño real del proceso” ya que este si considera la posición que tiene el promedio del proceso con respecto a las especificaciones. Normalmente el Cpk se utiliza para comprobar el funcionamiento del proceso durante la producción. El Cpk es el valor mínimo de calcular:

$$Cpk = \text{Min} \begin{cases} (ES - \mu)/3\sigma \\ (\mu - EI)/3\sigma \end{cases}$$

Cuando solamente se cuenta con alguna de las especificaciones, ya sea la superior o la inferior, no se puede calcular el Cp, pero si se puede calcular el Cpk.

La tabla 4 presenta el valor mínimo que debe de tener el Cpk para cuatro distintos tipos de proceso:

Tipo de Proceso	Valor Objetivo Cpk	
	Bilateral	Unilateral
Existente	1.33	1.25
Nuevo	1.50	1.45
Relacionado con la seguridad, existente	1.50	1.45
Relacionado con la seguridad, nuevo	1.67	1.60

*Tabla 4 Valor del Cpk para diferentes procesos*

De la tabla anterior, para los tipos de procesos relacionados con la seguridad, se refiere a aquellos en los que el bienestar de los clientes está relacionada; como los frenos de un automóvil, cinturones de seguridad, protectores, etc.

La tabla que se presenta a continuación (tabla 5) nos muestra las comparaciones que se realizan entre el Cpk y las partes por millón disconformes, los porcentajes de capacidad y los porcentajes de no conformes. Esta tabla es utilizada cuando los procesos no se encuentran centrados de acuerdo a las especificaciones requeridas. Es importante mencionar que un proceso que no se encuentra centrado puede estar dentro de control, esto es cuando su variación no es mucha y es posible que el proceso tenga cierta libertad de moverse dentro de los límites.

Valor del Cpk	% de capacidad	% No conforme	Partes por millón (ppm)
0.500	93.320	6.680	66 800
0.510	93.500	6.500	65 000
0.580	96.000	4.000	40 000
0.650	97.500	2.500	25 000
0.720	98.500	1.500	15 000
0.780	99.000	1.000	10 000
0.830	99.350	0.650	6 500
1.000	99.865	0.135	1 350
1.330	99.997	0.003	30

*Tabla 5 Relación entre el Cpk y las PPM*



Hay que considerar que el valor del Cp y el Cpk son iguales cuando el proceso está centrado.

En la figura 10 se muestra una relación entre el Cp y el Cpk considerando que un proceso está controlado con un centro de 100 ( $LC=100$ ) y una desviación estándar de 2 ( $\sigma = 2$ ). Se observa que el valor de Cp es 1 y la desviación estándar es de 2, los límites de especificación son de 94 el inferior y de 106 el superior con una media de 100. En la gráfica el proceso está centrado por lo cual el Cp es igual al Cpk. A través del tiempo el proceso se mueve y el Cp se mantiene con el mismo valor pero el valor del Cpk va disminuyendo.

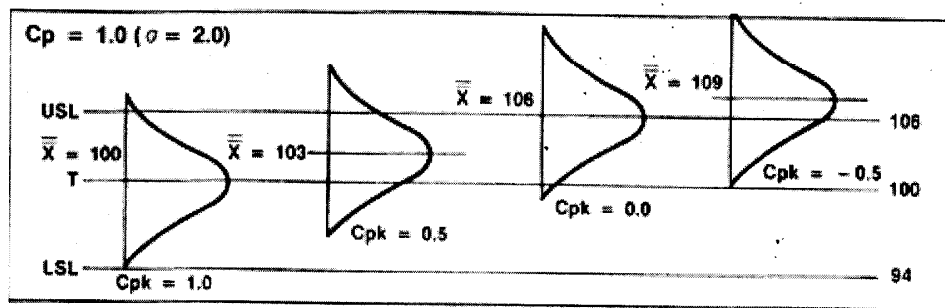


Figura 10 Relación entre el Cp y el Cpk en la calidad del proceso

En la figura 11 se presenta una figura similar, sin embargo en este caso el valor del Cp es de 2 y la desviación estándar vale 1 ( $\sigma = 1$ ). Este es un proceso con una variación menor; en la primer gráfica se observa como el proceso al estar centrado mantiene los valores del Cp y el Cpk iguales. Se observa que al paso del tiempo el proceso se mueve y el valor del Cpk cambia, sin embargo como este proceso presenta una variación menor que en el ejemplo anterior el proceso sigue siendo capaz en la segunda gráfica.

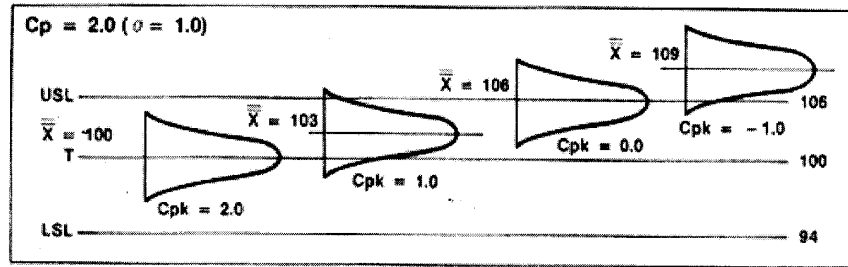


Figura 11 Relación entre el Cp y el Cpk (2)

Estos ejemplos nos muestran que los valores del Cp y el Cpk son iguales mientras que el proceso esté centrado, y que mientras menor sea la variación más capaz será el proceso de producir sin defectos si el proceso se mueve.

### 3.4 Cálculo de los Índices de Capacidad de Variación Total del Proceso

Estos tipos de índices analizan tanto las causas comunes como las especiales de variación del proceso, y a diferencia de los Índices de Variación Inherente del Proceso, estos estiman la desviación estándar analizando cada una de las muestras obtenidas de la siguiente manera:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Para nuestro estudio analizaremos los índices Pp y Ppk, que son muy similares a los Cp y Cpk, y difieren de estos en la manera de calcular  $\sigma_s$ .

El índice Pp, en su análisis toma en cuenta tanto las causas comunes como las especiales de variación. Este índice analiza el comportamiento del proceso sin importar si el proceso está centrado. Se define como:

$$Pp = (ES - EI) / 6\sigma_s$$

---

El índice Ppk, analiza el comportamiento del proceso y que tan alejado está del centro de las especificaciones. Se define de la siguiente manera:

$$Ppk = \text{Min} [(ES - \mu) / 3\sigma_s, (\mu - EI) / 3\sigma_s]$$

La clasificación para éste índice es la siguiente:

Cuando Ppk es:

- $< 1$  significa que el proceso no alcanza los requerimientos mínimos de capacidad funcional.
- $= 1$  implica que el proceso sólo alcanza los requerimientos mínimos.
- $> 1$  indica que el proceso excede los requerimientos mínimos.

El índice Ppk resume la capacidad funcional en un número, sin embargo, tienen el beneficio adicional de usar la escala de clasificación más familiar donde 1.0 representa el cumplir con los requerimientos mínimos de capacidad funcional. Con éste índice se pueden obtener estimaciones confiables de la capacidad de un proceso. Este índice asume que la salida del proceso tiene una distribución normal.

El índice Cpk y el Ppk están estrechamente relacionados ya que ambos son estimados directamente a través de  $\mu$  y de  $\sigma$ , y lo único que difiere es que para Cpk la desviación es calculada a través del análisis de los promedios de los rangos de los subgrupos, mientras que para el Ppk se hace con cada una de las muestras.

Para establecer una comparación entre los Índices Cp, Cpk y Pp, Ppk, analizaremos el siguiente ejemplo:

Supongamos que contamos con un proceso cualquiera, en el se desean conocer los índices de capacidad. Se toman 125 muestras en subgrupos de tamaño 5. Las especificaciones son de  $40 \pm 8$ , y los datos se muestran a continuación:

Muestras					X	R
39,400	37,445	40,489	42,553	42,397	40,456	5,108
43,466	38,690	38,693	36,882	41,699	39,886	6,584
35,633	43,323	41,515	41,423	41,026	40,584	7,690
39,532	36,775	40,933	41,277	38,783	39,460	4,502
42,190	41,078	41,749	44,411	42,610	42,408	3,333
37,827	41,804	41,191	42,888	36,478	40,038	6,409
38,620	43,838	37,256	42,608	41,101	40,685	6,582
36,619	39,831	37,769	40,226	39,767	38,842	3,607
36,306	38,952	41,388	40,004	40,083	39,347	5,082
38,045	41,350	40,645	40,907	38,692	39,928	3,306
38,453	39,237	38,120	39,949	38,901	38,932	1,829
35,764	41,515	39,518	37,891	41,699	39,277	5,935
38,864	37,112	40,263	36,450	41,606	38,859	5,156
39,192	38,306	41,116	41,657	40,913	40,237	3,351
40,270	36,957	40,277	40,888	41,383	39,955	4,426
39,269	39,274	38,178	41,236	43,261	40,244	5,083
39,346	39,935	43,770	40,427	40,608	40,817	4,424
39,260	40,056	40,974	37,946	41,178	39,883	3,232
42,685	39,355	40,144	42,476	43,706	41,673	4,351
39,829	44,389	41,660	39,378	39,329	40,917	5,060
39,628	36,515	41,724	38,320	42,077	39,653	5,562
38,974	38,527	38,727	38,358	40,287	38,974	1,929
43,944	34,845	38,154	39,142	42,282	39,673	9,100
41,731	42,895	42,222	39,093	39,703	41,129	3,802
44,751	37,440	37,598	38,952	38,440	39,436	7,311
					40,052	4,910

Para realizar este análisis sabemos que el proceso sigue una distribución normal y que se encuentra en control estadístico.

Primeramente calcularemos los índices Cp y Cpk, y para calcularlos debemos de estimar el valor de  $\sigma$  de la siguiente forma:

$$\sigma_s = R/d_2$$

$$\sigma_s = 4.910 / 2.33$$

$$\sigma_s = 2.107$$

$$C_p = (ES - EI) / 6\sigma_s$$

$$C_p = (48 - 32) / 12.642$$

$$C_p = 1.265$$

$$C_{pk} = \text{Min} [(ES - \mu) / 3\sigma_s; (\mu - EI) / 3\sigma]$$

$$C_{pk} = \text{Min} [1.257, 1.273]$$

$$C_{pk} = 1.257$$

Para calcular los índices Pp y Ppk calculamos el valor de  $\sigma$  con la siguiente formula:

de tal forma que tenemos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$\sigma_s = 2.213$$

$$\mu = 40.127$$

$$P_p = (ES - EI) / 6\sigma_s$$

$$P_p = (48 - 32) / 13.278$$

$$P_p = 1.205$$

$$P_{pk} = \text{Min} [(ES - \mu) / 3\sigma_s, (\mu - EI) / 3\sigma_s]$$

$$P_{pk} = \text{Min} [1.185, 1.242]$$

$$P_{pk} = 1.185$$

---

Como podemos darnos cuenta los valores entre los índices Cp, Cpk y los Pp, Ppk varían siendo que la forma de calcularlos es muy parecida; esto se debe a que para realizar el cálculo de los índices Cp y Cpk la desviación estándar del proceso se estima a través de la variación que existe entre las muestras, mientras que para el análisis del Pp y el Ppk la desviación se calcula analizando cada una de las muestras obtenidas. Esto es la variación que hay entre las muestras y dentro de cada muestra.

### **3.5 ¿Qué índice debemos usar: Cpk o Ppk?**

Siendo tan similares en la forma de calcular los índices Cpk y Ppk, podríamos entrar en el dilema de cual de los dos índices es el que debemos de calcular para presentar como informe a nuestros clientes. Anteriormente cuando se calculaba el Cpk uno se preguntaba: ¿Con que sigma lo debo de calcular? ¿Con la estimada o calculada? ¿Cuál es la correcta? Naturalmente podemos pensar que utilizaremos la sigma que haga que el reporte del índice se vea mejor, sin embargo esa sigma no siempre representa lo que los clientes desean saber acerca de nuestros procesos. De esta confusión, de que sigma era necesaria para calcular el Cpk es donde nace el índice Ppk, el cual utiliza la sigma calculada para todos los datos individuales.

Pero, ¿Qué índice debemos usar? Aunque ambos índices muestran información muy parecida tienen diferentes usos.

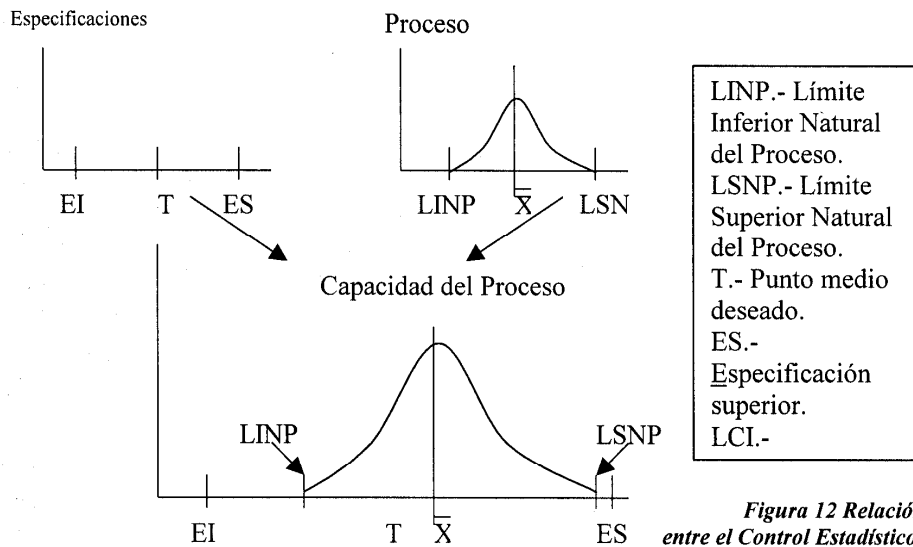
La sigma estimada relacionada con los índices Cp y Cpk es utilizada para medir la capacidad potencial del sistema que el cliente desea conocer. Se utiliza cuando se desea analizar la aptitud del comportamiento del sistema.

La sigma calculada, que se relaciona con los índices Pp y Ppk es utilizada para medir el comportamiento del sistema que los clientes desean conocer. Se usa para conocer el comportamiento actual del proceso.

### 3.6 Relación entre el control estadístico y la capacidad de los procesos

Todos los productos tienen especificaciones que son críticas o importantes para el cliente. Para asegurar que se cumplen con dichas características, los diseñadores establecen requerimientos numéricos que se conocen como especificaciones. Por otra parte si un proceso se mantiene estable a través del tiempo, es decir dentro de control estadístico, se pueden obtener estimaciones de su promedio y desviación estándar. Estos valores nos permiten determinar los límites de tolerancia natural que tiene el proceso que se está utilizando. Si el proceso cabe dentro de las especificaciones se dice que se tiene un proceso en control y capaz, en el caso contrario tenemos un proceso incapaz. La relación que existe entre las especificaciones y la capacidad natural de un proceso se puede observar en la *fig.*

12.



*Figura 12 Relación entre el Control Estadístico y la Capacidad del Proceso*

---

La variación que se presenta diariamente en un proceso puede cumplir con las especificaciones y aún así no estar dentro de control, se debe analizar el valor medio del proceso y tratar de situarlo en el valor objetivo de las especificaciones para que el proceso esté en su máxima capacidad; para esto se pueden presentar tres situaciones:

- Nominal es mejor. Ocurre cuando se busca que el valor objetivo se encuentre en el centro de las especificaciones.
- Mayor es mejor. Ocurre cuando tenemos únicamente la Especificación Inferior y buscamos que el valor objetivo se encuentre lo más alejado posible.
- Menor es mejor. Ocurre cuando tenemos únicamente la Especificación Superior y buscamos que el valor objetivo se encuentre lo más cerca de cero.

### **3.7 Análisis de los índices de capacidad**

El valor estándar que muchas empresas han adoptado para los índices de capacidad, tanto para el  $C_p$ , como para el  $C_{pk}$ , es de al menos 1.33. Este valor se debe a que teniendo este índice el proceso es libre de moverse permitiendo pequeños cambios en el proceso sin incrementar la cantidad de rechazos que se producen. Como pudimos darnos cuenta en las tablas anteriores, teniendo un  $C_p$  o  $C_{pk}$  de 1.33 vamos a tener únicamente 30 PPM de defectos y un porcentaje de capacidad de producción del 99.997 %.

Para llevar a cabo el análisis de los índices debemos de considerar lo siguiente:

1. El promedio y la desviación estándar es lo que se monitorea.
2. Si hay cambios favorables en  $\mu$  y en  $\sigma$  se recalculan los índices  $C_p$  y  $C_{pk}$  si y solo si se mantendrán los cambios.



- 
3. Si hay cambios desfavorables en  $\mu$  y en  $\sigma$  se debe de trabajar en regresar el proceso a su situación normal.

La capacidad del proceso y el control estadístico son independientes, sin embargo el control estadístico nos va a ayudar a permitir observar el comportamiento durante los procesos.