

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN

El propósito de cualquier análisis de un sistema de medición debe ser comprender bien las fuentes de variación que pueden influir en los resultados producidos por el sistema. Esta comprensión nos permitirá cuantificar las limitaciones de sistemas de medición específicos.

Como en todo proceso, la distribución que puede ser usada para describir la variación de los sistemas de medición pueden estar caracterizadas por:

1) localización

- estabilidad
- sesgo
- linealidad

2) ancho o dispersión

- repetibilidad
- reproducibilidad

De acuerdo a estas características, en esta sección se examinará la discriminación de los sistemas de medición y cómo cuantificar el efecto de la variación en una parte en la variación total del sistema de medición.

De acuerdo a la técnica numérica utilizada para calificar la variación de los sistemas de medición, cada análisis debe incluir el uso de técnicas gráficas. Las herramientas

estadísticas que serán más eficientes en el análisis de un sistema de medición específico dependen de las fuentes de variación esperadas.

DISCRIMINACIÓN DE LOS SISTEMAS DE MEDICIÓN

En la selección o análisis de un sistema de medición, es muy importante la discriminación de los sistemas de medición; por ejemplo, la capacidad del sistema de medición de detectar e indicar fielmente aún pequeños cambios de características medidas – también conocido como resolución.

Si el sistema de medición no tiene una discriminación adecuada, podría no ser un sistema apropiado para identificar la variación del proceso o cuantificar valores individuales de partes características. Si este es el caso, se deben utilizar mejores técnicas de medición.

SESGO

Para determinar el sesgo de un sistema de medición en una localización específica en el rango de proceso, es necesario obtener un valor de referencia aceptado de una parte. Un valor de referencia es derivado de esas lecturas a ser comparadas más tarde con los porcentajes observados por los operadores (identificados como \bar{X}_A , \bar{X}_B , \bar{X}_C) del estudio GR&R.

Si no es posible medir todas las muestras de esta manera, puede ser usado el siguiente método alternativo: 1) Medir una de las muestras con la mayor precisión posible con el instrumento de medición; 2) Que un operador mida la misma muestra un mínimo de 10 veces, usando el instrumento de medición que está siendo evaluado; 3) Calcular el porcentaje de las lecturas. La diferencia entre el valor de referencia y el porcentaje observado representa el sesgo del sistema de medición.

Si el sesgo es relativamente grande, las posibles causas pueden ser:

- 1) Error en el patrón.
- 2) Componentes usados.
- 3) Instrumento hecho con una dimensión incorrecta.
- 4) Instrumento midiendo la característica incorrecta.
- 5) Instrumento no calibrado apropiadamente.
- 6) Instrumento usado inapropiadamente por operador.

Ejemplo de Sesgo

El sesgo es determinado por la diferencia entre el valor de referencia y la medición promedio observada. Para llevar a cabo esto, una muestra de una parte es medida diez veces por un operador. Los valores de las diez mediciones están listadas abajo. El valor de referencia determinado por el equipo de medición es 0.80 mm y la variación del proceso para la parte es 0.70 mm.

| | |
|--------------|-----------------|
| $X_1 = 0.75$ | $X_6 = 0.80$ |
| $X_2 = 0.75$ | $X_7 = 0.75$ |
| $X_3 = 0.80$ | $X_8 = 0.75$ |
| $X_4 = 0.80$ | $X_9 = 0.75$ |
| $X_5 = 0.65$ | $X_{10} = 0.70$ |

El promedio observado es la suma de las mediciones dividida por 10.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{10} = \frac{7.5}{10} = 0.75$$

El sesgo es la diferencia entre el valor de referencia y el promedio observado, como se muestra en la figura 6.

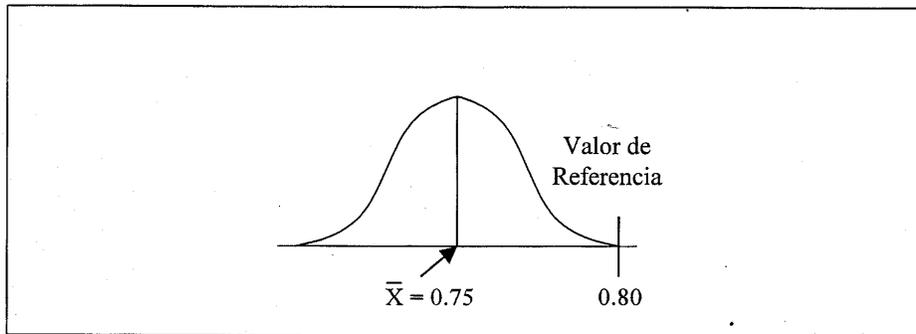


Figura 6. Ejemplo de Sesgo

$$\text{Sesgo} = \text{Promedio Observado} - \text{Valor de Referencia}$$

$$\text{Sesgo} = 0.75 - 0.80 = -0.05$$

El porcentaje de variación del proceso para el sesgo es calculado como sigue:

$$\% \text{ de Sesgo} = 100 [|\text{Sesgo}| / \text{Variación del Proceso}]$$

$$\% \text{ de Sesgo} = 100 [0.05 / 0.70] = 7.1 \%$$

El porcentaje de tolerancia para el sesgo es calculado de la misma manera, donde la tolerancia es sustituida para la variación del proceso.

Por lo tanto, el medidor de grosor a ser usado en el estudio de repetibilidad y reproducibilidad de instrumentos de medición tiene un sesgo de -0.05 mm. Esto significa que las mediciones observadas en el promedio serán 0.05 menores que el valor de referencia el cual es 7.1% de la variación del proceso.

REPETIBILIDAD

La repetibilidad de un proceso de medición implica la variabilidad del sistema de medición mismo que es consistente. Existen dos causas comunes de error de repetibilidad que son debidas al mismo instrumento y la variación de la posición de la parte en el instrumento. Cuando alguna de estas variaciones se presentan por rangos de subgrupos de mediciones repetidas, la gráfica de rangos mostrará la consistencia del procesos de medición. Si la gráfica de rangos está fuera de control, generalmente existe un problema con la consistencia del proceso de medición. En estos puntos identificados como fuera de control se debe investigar la causa de inconsistencia y corregirla. La única excepción ocurre cuando las mediciones tienen una discriminación adecuada.

Si la gráfica de rangos está dentro de control, la variación del instrumento es consistente y el proceso de medición es consistente en el período de tiempo de estudio. La desviación estándar para la repetibilidad o variación del instrumento (σ_e) es estimado por

\bar{R}/d_2^* donde \bar{R} es el rango promedio de las mediciones repetidas. d_2^* es igual a 1.128 de acuerdo a la Tabla 2.

Ejemplo de Repetibilidad

Se seleccionan cinco muestras del proceso de manufactura. Se eligen dos operadores que normalmente hacen las mediciones para participar en el estudio. Cada parte es medida tres veces por cada operador, y las mediciones son registradas en la hoja de datos (ver Tabla 1).

| Partes | Operador 1 | | | | | Operador 2 | | | | | | |
|----------------|------------|-------|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-----------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| Ensayos | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 217 | 220 | 217 | 214 | 216 | 216 | 216 | 216 | 216 | 220 | | |
| 2 | 216 | 216 | 216 | 212 | 219 | 219 | 216 | 215 | 212 | 220 | | |
| 3 | 216 | 218 | 216 | 212 | 220 | 220 | 220 | 216 | 212 | 220 | | |
| | | | | | | \bar{X} | | | | | \bar{X} | |
| Promedio | 216.3 | 218.0 | 216.3 | 212.7 | 218.3 | 216.3 | 218.3 | 217.3 | 215.7 | 213.3 | 220.0 | 216.9 |
| Rango | 1.0 | 4.0 | 1.0 | 2.0 | 4.0 | | 4.0 | 4.0 | 1.0 | 4.0 | 0.0 | |

Tabla 1. Hoja de Datos

Los datos son analizados calculando el promedio (\bar{X}) y el rango (R) para cada subgrupo. El valor del rango es graficado en la gráfica de control de rango. (ver Figura 7) y es calculado el promedio de rango (\bar{R}). Los factores D3 y D4 (ver Tabla 3) para el número

de ensayos (3) son usados para calcular el límite de control para la gráfica de rango. Los límites son dibujados para determinar si todos los valores están dentro de control. Si todos los rangos están dentro de control como aparece aquí, todos los operadores parecen como “mismo”. Si un operador está fuera de control, su método difiere de los otros. Si todos los operadores tienen rangos fuera de control, el sistema de medición es sensible para las técnicas del operador y necesita mejorar para obtener datos útiles.

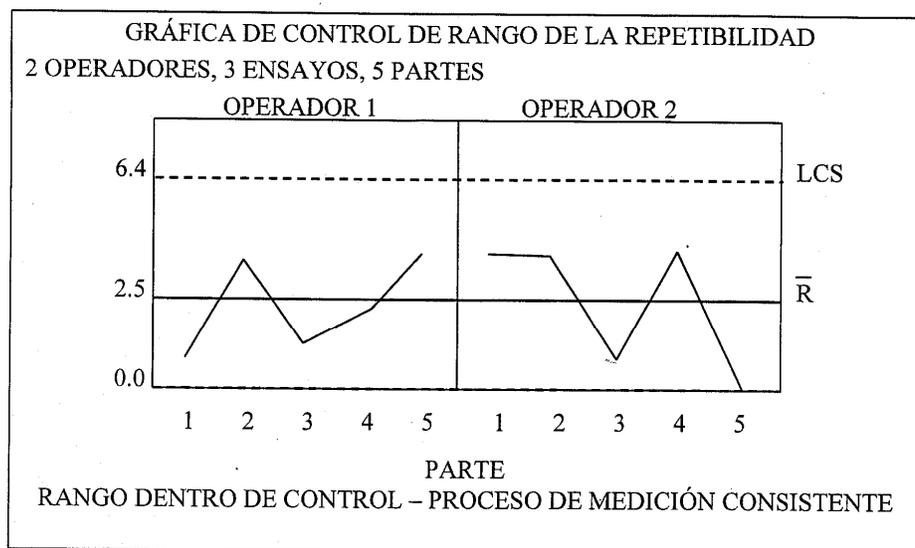


Figura 7. Gráfica de Control de Rango de la Repetibilidad

Los límites para la gráfica R: $\bar{R} = 25 / 10 = 2.5$

$D_3 = 0.000$ $D_4 = 2.575$ (ver Tabla 3)

$$LCS_R = \bar{R} \times D_4$$

$$LCI_R = \bar{R} \times D_3$$

$$= 2.5 \times 2.575 = 6.4$$

$$= 0.0$$

La desviación estándar estimada para la repetibilidad o variación del instrumento de medición

$$\sigma_e = \bar{R}/d_2^* = 2.5 / 1.72 = 1.45,$$

donde d_2^* se obtiene de la Tabla 2 y es dependiente en el número de ensayos ($m = 3$) y el número de partes por el número de operadores ($g = 5 \times 2 = 10$).

La repetibilidad de este estudio es calculada por $5.15 \sigma_e = 5.15 \times 1.45 = 7.5$, donde 5.15 representa el 99% de las mediciones para una distribución normal.

| | m | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|--|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| 1 | 1.41 | 1.91 | 2.24 | 2.48 | 2.67 | 2.83 | 2.96 | 3.08 | 3.18 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.49 | 3.55 | |
| 2 | 1.28 | 1.81 | 2.15 | 2.40 | 2.60 | 2.77 | 2.91 | 3.02 | 3.13 | 3.22 | 3.30 | 3.38 | 3.45 | 3.51 | |
| 3 | 1.23 | 1.77 | 2.12 | 2.38 | 2.58 | 2.75 | 2.89 | 3.01 | 3.11 | 3.21 | 3.29 | 3.37 | 3.43 | 3.50 | |
| 4 | 1.21 | 1.75 | 2.11 | 2.37 | 2.57 | 2.74 | 2.88 | 3.00 | 3.10 | 3.20 | 3.28 | 3.36 | 3.43 | 3.49 | |
| 5 | 1.19 | 1.74 | 2.10 | 2.36 | 2.56 | 2.73 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.28 | 3.35 | 3.42 | 3.49 | |
| 6 | 1.18 | 1.73 | 2.09 | 2.35 | 2.56 | 2.73 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.49 | |
| 7 | 1.17 | 1.73 | 2.09 | 2.35 | 2.55 | 2.72 | 2.87 | 2.99 | 3.10 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 | |
| g 8 | 1.17 | 1.72 | 2.08 | 2.35 | 2.55 | 2.72 | 2.87 | 2.98 | 3.09 | 3.19 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 | |
| 9 | 1.16 | 1.72 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.35 | 3.42 | 3.48 | |
| 10 | 1.16 | 1.72 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.42 | 3.48 | |
| 11 | 1.16 | 1.71 | 2.08 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.86 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 | |
| 12 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.55 | 2.72 | 2.85 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 | |
| 13 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.55 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.09 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 | |
| 14 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.54 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.08 | 3.18 | 3.27 | 3.34 | 3.41 | 3.48 | |
| 15 | 1.15 | 1.71 | 2.07 | 2.34 | 2.54 | 2.71 | 2.85 | 2.98 | 3.08 | 3.18 | 3.26 | 3.34 | 3.41 | 3.48 | |
| >15 | 1.128 | 2.059 | 2.534 | 2.847 | 3.078 | 3.258 | 3.407 | | | | | | | | |
| | | 1.693 | 2.326 | 2.704 | 2.970 | 3.173 | 3.336 | 3.472 | | | | | | | |

Tabla 2. d_2^* Valores para la Distribución del Rango Promedio

(d_2^* valores para $g > 15$)

| Número de Observaciones en subgrupo | A ₂ | D ₃ | D ₄ |
|-------------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 | 1.880 | 0 | 3.267 |
| 3 | 1.023 | 0 | 2.575 |
| 4 | 0.729 | 0 | 2.282 |
| 5 | 0.577 | 0 | 2.115 |
| 6 | 0.483 | 0 | 2.004 |
| 7 | 0.419 | 0.076 | 1.924 |
| 8 | 0.373 | 0.136 | 1.864 |
| 9 | 0.337 | 0.184 | 1.816 |
| 10 | 0.308 | 0.223 | 1.777 |
| 11 | 0.285 | 0.256 | 1.744 |
| 12 | 0.266 | 0.284 | 1.716 |
| 13 | 0.249 | 0.308 | 1.692 |
| 14 | 0.235 | 0.329 | 1.671 |
| 15 | 0.223 | 0.348 | 1.652 |

Tabla 3. Constantes de la Gráfica de Control

REPRODUCIBILIDAD

La reproducibilidad de un sistema de medición implica variabilidad entre la consistencia de operadores. Una manera de pensar de la variabilidad del operador es que representa el sesgo en incremento que puede ser atribuido a cada operador. Si este sesgo o variabilidad del operador existe, el operador individual diferirá de los promedios.

La variación del operador o reproducibilidad es estimada determinando el promedio total de cada operador y encontrando el rango (R_0) restando el promedio del operador más

pequeño del más grande. La desviación estándar para la reproducibilidad (σ_0) es estimada por R_0/d^*_2 .

Ejemplo de Reproducibilidad

De los datos mostrados en la Tabla 1, cada promedio del operador es calculado promediando todas las muestras obtenidas por cada operador. El rango de los promedios del operador (R_0) es determinado restando el menor del mayor.

$$R_0 = 216.9 - 216.3 = 0.6$$

$$\begin{aligned} \text{Desviación estándar estimada del operador} &= R_0 / d^*_2 \\ &= 0.6 / 1.41 = 0.4, \end{aligned}$$

donde d^*_2 es obtenido de la Tabla 2 y es dependiente del número de operadores ($m = 2$) y g la cual es 1, cuando hay únicamente un rango de cálculo.

$$\text{La reproducibilidad} = 5.15 (R_0 / d^*_2) = 2.2$$

Cuando este estimado es contaminado por la variación debido al instrumento de medición, se debe ajustar restando una fracción de la repetibilidad. La reproducibilidad ajustada

$$\begin{aligned} &= \sqrt{[5.15(R_0/d^*_2)]^2 - [(5.15\sigma_e)^2/(nr)]} \\ &= \sqrt{[2.2]^2 - [7.5^2/5 \times 3]} \\ &= 1.0 \end{aligned}$$

donde n = número de partes y r = número de ensayos.

$$\text{Desviación estándar del operador ajustada } \sigma_0 = 1.0 / 5.15 = 0.19.$$

LINEALIDAD

La linealidad puede ser determinada eligiendo partes por todo el rango de operación del instrumento de medición. El sesgo de cada una de las partes elegidas es determinado por la diferencia entre el valor de referencia y promedio observado de medición. La pendiente de la regresión lineal que mejor se ajusta al promedio de los sesgos contra los valores de referencia multiplicado por la variación del proceso (o la tolerancia) de las partes es un índice que puede representar la linealidad de un instrumento de medición.

Así como en el estudio de sesgo, los valores de referencia de las partes pueden ser determinadas con un instrumento de medición. Las partes elegidas por todo el rango de operación son medidas por uno o más operadores y se determina el promedio observado de cada parte. La diferencia entre el valor de referencia y el promedio observado es el sesgo; este es determinado por cada parte elegida. La gráfica de linealidad es trazada entre los sesgos y valores de referencia por todo el rango de operación. Si la gráfica muestra que la línea recta pudiera representar puntos trazados, entonces representa un mejor ajuste de la línea de regresión lineal. Entre los sesgos y valores de referencia, es decir, la linealidad. La bondad de ajuste (R^2) de la línea de regresión lineal determinará si los sesgos y los valores de referencia tienen una buena relación lineal. La linealidad y porcentaje de linealidad del sistema son calculados de la pendiente de la línea de regresión y la variación del proceso (o la tolerancia) de las partes. Si la línea de regresión tiene un buen ajuste lineal, entonces la magnitud de la linealidad y porcentaje de linealidad pueden ser evaluados para determinar si la linealidad es aceptable. Si la línea de regresión no tiene un buen ajuste lineal, entonces

es posible que el promedio del sesgo y los valores de referencia puedan tener una relación no lineal. Esto requiere de un mayor análisis para juzgar si la linealidad del sistema de medición es aceptable.

Si un sistema de medición no tiene linealidad, las posibles causas pueden ser:

- 1) Instrumento no calibrado apropiadamente en el rango de operación más bajo ó más alto.
- 2) Error en el patrón menor o mayor.
- 3) Instrumento usado.
- 4) Características internas de diseño del instrumento.

Ejemplo de Linealidad

Un supervisor de planta estaba interesado en determinar la linealidad de un sistema de medición. Fueron elegidas cinco partes por todo el rango de operación del sistema de medición basado en el proceso de variación. Cada parte fue medida con un instrumento de medición para determinar su valor de referencia. Cada parte fue medida doce veces por un operador. Las partes fueron seleccionadas al azar. Fueron calculados el promedio de las partes y el promedio de sesgo para cada parte como se muestra en la Tabla 4. El sesgo de la parte fue calculado restando el valor de referencia de la parte del promedio de la parte.

| VALOR REFERENCIA DE LA PARTE | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------------|----|-------|-------|-------|------|-------|
| | | 2.00 | 4.00 | 6.00 | 8.00 | 10.00 |
| E N S A Y O S | 1 | 2.70 | 2.10 | 5.80 | 7.60 | 9.10 |
| | 2 | 2.50 | 3.90 | 5.70 | 7.70 | 9.30 |
| | 3 | 2.40 | 4.20 | 5.90 | 7.80 | 9.50 |
| | 4 | 2.50 | 5.00 | 5.90 | 7.70 | 9.30 |
| | 5 | 2.70 | 3.80 | 6.00 | 7.80 | 9.40 |
| | 6 | 2.30 | 3.90 | 6.10 | 7.80 | 9.50 |
| | 7 | 2.50 | 3.90 | 6.00 | 7.80 | 9.50 |
| | 8 | 2.50 | 3.90 | 6.10 | 7.70 | 9.50 |
| | 9 | 2.40 | 3.90 | 6.40 | 7.80 | 9.60 |
| | 10 | 2.40 | 4.00 | 6.30 | 7.50 | 9.20 |
| | 11 | 2.60 | 4.10 | 6.00 | 7.60 | 9.30 |
| | 12 | 2.40 | 3.80 | 6.10 | 7.70 | 9.40 |
| PROM. PARTE | | 2.49 | 4.13 | 6.03 | 7.71 | 9.38 |
| VALOR DE REF. | | 2.00 | 4.00 | 6.00 | 8.00 | 10.00 |
| SESGO | | +0.49 | +0.13 | +0.03 | 8.00 | -0.62 |
| RANGO | | 0.4 | 1.3 | 0.7 | 0.3 | 0.5 |

Tabla 4. Resumen de Datos del Instrumento de Medición

Las intersecciones entre el sesgo y los valores de referencia pueden ser trazados como se muestra en la Figura 8. También la línea de la regresión lineal que mejor encaja en estos puntos y también la bondad de ajuste (R^2) de la línea puede ser calculada como sigue:

$$y = b + ax$$

donde x = valor de referencia

y = sesgo

a = inclinación

$$a = \frac{\sum xy - [\sum x(\sum y/n)]}{\sum x^2 - [(\sum x)^2/n]} = -0.1317 = \text{Inclinación}$$

$$b = \sum (y/n) - a \times [\sum (x/n)] = 0.7367$$

$$R^2 = \frac{[\sum xy - \sum x (\sum y/n)]^2}{[\sum x^2 - ((\sum x)^2/n)] \times [\sum y^2 - ((\sum y)^2/n)]} = 0.98$$

Sesgo = $b + ax$
= $0.7367 - 0.1317 X$ (Valor de Referencia)

Linealidad = |Inclinación| X Variación del Proceso
= $0.1317 X 6.00$
= 0.79

% de Linealidad = 100 [linealidad / variación del proceso]
= 13.17%

Bondad de Ajuste (R^2) = 0.98

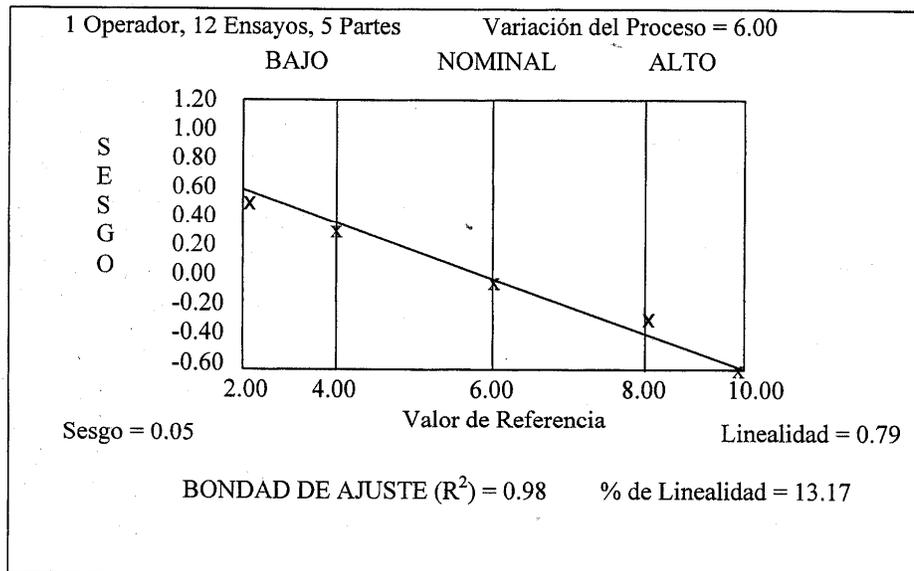


Figura 8. Gráfica de Linealidad

La bondad de ajuste puede ser usada para hacer una inferencia de la asociación lineal entre el sesgo y el valor de referencia. De esto podemos concluir si hay relación lineal entre ellos y si la hay, si es aceptable. Sin embargo, se debe acentuar que la linealidad es determinada por la inclinación de la línea que mejor ajuste y no el valor de la bondad de ajuste (R^2) para la línea.

PREPARACIÓN PARA UN ESTUDIO DE UN SISTEMA DE MEDICIÓN

Como en cualquier estudio o análisis, se debe hacer una planeación y preparación suficiente antes de conducir un estudio de un sistema de medición. La preparación típica antes de conducir un estudio es como sigue:

- 1) Planear el método a utilizar.
- 2) Determinar el número de operadores, número de muestras, y número de lecturas repetidas.
- 3) Los operadores deben ser aquellos que normalmente usan el instrumento de medición.
- 4) Las muestras deben provenir del proceso y representar el rango de operación total.
- 5) El instrumento debe tener una discriminación suficiente.
- 6) Seguir el procedimiento de medición definido.

La forma en el cual el estudio debe ser conducido es muy importante. Para minimizar probabilidad extraviar resultados, se deben tomar los siguientes pasos:

- 1) Las mediciones deben hacerse en forma aleatoria.
- 2) La lectura del instrumento debe permitir la lectura más precisa posible.
- 3) Vigilar que se respeten las condiciones del estudio.
- 4) Se debe usar el mismo procedimiento.