

CAPITULO 1

GENERALIDADES DE LOS CUSUM

1.1. INTRODUCCIÓN A LOS CUSUM.

En la década de los 20's, Walter Shewhart, presentó la manera de obtener e interpretar datos sobre un proceso repetitivos de producción en forma sencilla basado en métodos estadísticos. Además como marco general, estableció la filosofía en la cual se mueven los propósitos de las Gráficos de control.

La filosofía de Shewhart se puede resumir en los siguientes puntos:

1. Enfoque dirigido fundamentalmente al proceso.
2. El objetivo principal es optimizar los recursos en la operación del proceso.
3. El comportamiento del proceso en operación normal varía dentro de límites predecibles, por ello, es posible encontrar límites para los cuales sabremos si el proceso se comporta de manera aceptable.
4. Las mejoras de calidad y productividad requieren de atención directa dirigida a encontrar las raíces de las causas de los problemas en los procesos y corregirlas.

Los propósitos que persiguen las Gráficos de Control de Shewhart son:

- A. Servir como medio de asistencia en la identificación de las fallas esporádicas, Además, ayudar a proporcionar las bases para formular acciones de mejora.
- B. Apoyar como herramienta proveedora de información para tomar decisiones sobre los distintos elementos que intervienen en el proceso repetitivo de producción (maquinaria, materiales, recurso humano, métodos, etc.).

El éxito de los Gráficos de Control de Shewhart a través del tiempo se debe a su fácil construcción e interpretación; de tal manera que una persona con una mínima capacitación en el área puede llevar a cabo acciones correctivas en casos de eventos especiales notorios.

Con el paso del tiempo, los Gráficos de Control han venido refinando en su uso algunas técnicas para obtener mayor información como el establecimiento de zonas de advertencia y la implementación de algunas reglas empíricas de interpretación. Así se han desarrollado para los distintos casos de medición y/o monitoreo de variables de un proceso repetitivo (\bar{X} , \bar{R} , σ , P , etc.). Pero los Gráficos de Shewhart no son la única alternativa en este campo ya que presenta como uno de sus inconvenientes, que la información obtenida de ella está dada por la individualidad de los puntos graficados y omite la información que puede obtenerse de la tendencia de una sucesión de los puntos. Esta última característica la poseen los Gráficos de Control de Suma Acumulada (CUSUM). El efecto acumulativo de la variable en monitoreo hace más rápida la detección de los cambios pequeños en el mismo sentido que el proceso haya sufrido.

Sin duda alguna, los Cusum representan una opción distinta para el mismo fin, dada las características de construcción e interpretación y principalmente por la información que de estos se obtiene.

1. Los Cusum en su forma original fueron utilizados en áreas tales como: pronósticos de ventas, análisis de tendencias de accidentes, etc. Posteriormente fueron propuestos para su uso en el Control Estadístico de Procesos por E.S. Page y G.A. Barnard a partir de 1954 (para monitoreo de **variables continuas**). Posteriormente en 1962, N. L. Jhonson y F. C. Leone¹ generalizaron la construcción de Cusum para **variables discretas**.

El primer diseño de los Cusum se basó en las técnicas de muestreo de aceptación que eran las técnicas predominantes en esos tiempos. A este primer diseño algunos autores la han denominado Cusum tradicional que sirvió de base para el diseño de la Mascarillas "V".

¹ E. DEVOR Richard, CHANG Tsong-how, SUTHERLAND W. Jhon, Statistical Quality Design and Control (Contemporary Concepts and Methods), Ed. Macmillan Publishing Company, © 1992, 8va. impresión, New York, New York, E.E.U.U. Pag. 384

En general existen tres modalidades de Cusum, tales modalidades son: Cusum tradicional, Cusum Mascarilla "V" y análisis de datos Cusum. Hablar de tres modalidades es hablar de tres criterios distintos de interpretación, y por lo tanto obtendremos tres paquetes de información distintos y complementarios.

1.2. OBJETIVO DE LOS CUSUM.

Los Cusum son precisamente Gráficos de control para detectar la ocurrencia de causas especiales ó asignables, asimismo para el monitoreo de los cambios que el proceso sufre durante su desempeño. Los Cusum nos permiten observar la tendencia del comportamiento de la variable en cuestión sin poder siempre observar claramente si los cambios obedecen a la influencia de causas especiales o inherentes al proceso.

1.3. EFICACIA DE LOS CUSUM.

Uno de los métodos de comparación de eficacia de los Gráficos de Control es el factor A. R. L. (Average Run Length), el cual se define como el número promedio necesario de subgrupos considerados para que el Gráfico detecte signos de un cambio de cierta magnitud después de haber sucedido en el proceso. La *tabla A* presenta los ARL para los gráficos de Shewhart y Cusum para distintas modalidades y niveles de significancia(α) tomando en consideración la magnitud de cambio (δ). Observando el renglón de las pruebas para promedios, tenemos que para el nivel de significancia $\alpha=0.00275$ el gráfico Cusum posee un ARL menor que los gráficos de Shewhart; lo que nos propone que los Cusum para prueba de promedios son más rápidos para detectar los cambios menores de 2σ , que los gráficos de Shewhart. Para el caso de las pruebas para Rangos y Varianzas los Cusum no representan ventaja respecto a los Gráficos de Shewhart.

TIPO DE GRÁFICO	PRUEBA	DIFERENCIA A DETECTAR	ARL			NIVEL DE SIGNIFICANCIA. (α).
			VALOR DE LA DIFERENCIA.			
	Medias	$\sigma_{\bar{x}}$	0.5	1.0	1.5	
Shewhart			13.9	5.9	3.1	0.05
Cusum			29.5	7.4	3.3	0.05
Shewhart	"		52.7	17.4	7.1	0.01
Cusum	"		42.4	10.6	4.7	0.01
Shewhart	"		161.0	44.0	15.0	0.0027
Cusum	"		52.9	44.0	15.0	0.0027
	Rango (n=4)	Razón de desv. Estándar.	1.2	1.5	2.0	
Shewhart	"		35	8.0	2.9	0.01
Cusum	"		48	8.2	2.2	0.01
	Desv. Est. (n=4)	Razón de Desv. Estándar.	1.2	1.5	2.0	
Shewhart			33	7.9	2.8	0.01
Cusum			47	8.0	2.2	0.01

Tabla A.. Valores ARL para algunos Gráficos de Control.²

² NORMAN L. JOHNSON, C. LOENE Fred. "Statistics and Experimental design in engineering and the physical sciences" vol. I. John Wiley & Sons, Inc. 2da. Edición P.383. (1968).

1.4. CARACTERÍSTICAS DE USO DE LOS CUSUM.

Las características de cada modalidad de Cusum definen su uso específico dentro del Control Estadístico de Procesos. Dichas características se enuncian a continuación:

MODALIDAD	CARACTERÍSTICAS / USO.
CUSUM TRADICIONAL	Gráficos de Control p/ monitoreo de procesos repetitivos, con límites de control y parámetros Δ y α por definir.
CUSUM MASCARILLA "V".	Gráfico con brazos a la inversa de los límites de control del Gráfico Cusum tradicional. Básicamente cumple con la función de detectar cambios mayores que Δ , con referencia a un punto pivote "o".
ANÁLISIS DE DATOS CUSUM(ANÁLISIS DE TENDENCIAS).	El análisis de tendencias permiten medir de manera aproximada los cambios que representan las diferentes tendencias en el gráfico. Además pueden identificarse las causas especiales de bajo impacto sobre el proceso.

1.5. CUANDO UTILIZAR UN GRÁFICO CUSUM:

- Cuando nuestra necesidad sea detectar mas rápidamente cambios entre (0.5σ a 2σ) en pruebas para Medias. En este rango de detección puede ser de dos a cuatro veces más rápido que las Gráficos de control de Shewhart bajo el mismo riesgo de error.
- Cuando el costo de las muestras es alto y/o reducir el número de muestras es importante.
- Cuando necesitamos saber cuándo ocurrieron los cambios detectados.
- Se sabe que, el proceso rara vez tiene cambios abruptos ya que los Gráficos Cusum no tienen buen desempeño cuando suceden cambios dramáticos que repentinamente desaparecen.
- Cuando se conoce el valor del parámetro para el cual el proceso es estable.

1.6. VENTAJAS DE LOS CUSUM RESPECTO A LOS GRÁFICOS DE SHEWHART.

- Una de las mayores ventajas es su mayor sensibilidad a cambios pequeños, en un intervalo de $(0.5\sigma$ a $2\sigma)$.³ En las pruebas de Medias.
- La rapidez de detección de los cambios para ciertos niveles de significancia(α), los propone como la alternativa más económica en tiempo y dinero.
- Otra ventaja se basa en la versatilidad de uso de los Cusum dadas sus tres modalidades.

1.7. DESVENTAJAS FRENTE A LOS GRÁFICOS DE CONTROL DE SHEWHART.

- Los Cusum resultan ser lentos para detectar cambios grandes y por ello no pueden ser utilizados como carta de precontrol. Para reiniciar un proceso después de una señal de situación fuera de control es recomendable seguir la técnica apropiada.⁴
- No es eficaz para detectar cambios repentinos y grandes; además los cambios muy pequeños son detectados si se presentan de manera sostenida.⁵
- Es mas complicada la construcción manual de los Cusum, principalmente la Mascarilla "V", y el Análisis de Datos Estandarizados.

³C. MONTGOMERY DOUGLAS, CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD, Ed. Iberoamericana, © 1991, México, P. 199.

⁴GAN F.F. Cusum Control Charts under linear drift, *The statistician*, Vol.41, 1992, Pp. 71-84.

⁵OAKLAND Jhon S. y FOWELL Roy F., Quality Process Control, 2da edición, © 1990, Ed. Heinemann Publishing Ltd. Gran Bretaña. P.261