

## CAPÍTULO TRES

### CONDUCTIVIDAD TÉRMICA:

#### 3-1 INTRODUCCIÓN:

La Conductividad Térmica es una propiedad esencial para los cálculos de balance de energía en aplicaciones de transferencia de calor, así como en la selección de materiales en estrategias de diseño bioclimático.

Existen varios libros y manuales que contienen esta propiedad en forma tabular para una gran variedad de materiales y sustancias, pero cuando el ingeniero necesita conocer la conductividad térmica de materiales nuevos que aparecen frecuentemente o de algún material en especial que no esté reportado, es importante, que el ingeniero tenga conocimiento de algunos métodos básicos que le permitan medir esta propiedad.

La Conductividad Térmica es una propiedad de transporte, pues indica el transporte de energía en un sólido o en un fluido. En el sólido este transporte de energía se debe a electrones libres (ver capítulo dos) y en los fluidos el transporte ocurre por movimiento molecular.

#### 3-2 LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE LOS MATERIALES

La Conductividad Térmica de los materiales puede definirse mediante la ecuación de Fourier para la transferencia de calor por conducción vista anteriormente:

$$q \propto A \frac{dT}{dx}$$

Esta proporción se convierte en ecuación cuando se multiplica por  $k$ , que es la constante de proporcionalidad llamada Conductividad Térmica, y cuyo valor numérico depende de la sustancia que se estudia (ec. 2-2-1):

$$q = -k A \frac{dT}{dx}$$

TABLA 3-2-1  
TABLA DE CONDUCTIVIDADES TERMICAS

MATERIALES	DENSIDAD (kg/m <sup>3</sup> )	CONDUCTIVIDAD TERMICA k [=] J/s.m.gC
1-MATERIALES AISLANTES		
ASBESTO PULVERIZADO	130	0.04600
CORCHO, PLACAS	145	0.04200
FIBRA DE VIDRIO	80	0.03500
FIBRA DE MADERA	600	0.11000
HULESPUMA	20	0.03600
LANA MINERAL, PLACA RIGIDA	180	0.04200
PERLITA	65	0.04200
POLIESTIRENO, PLACA	15	0.03700
POLIURETANO, ESPUMA	30	0.02600
POLIURETANO, PLACA RIGIDA	30	0.02000
VERMICULITA	100	0.06500
2-MATERIALES PARA CONSTRUCCION		
ASBESTO-CEMENTO, PLACA	1360	0.25000
ASFALTO	1600	0.43000
CARTON ASFALTICO	1100	0.14000
CLORURO DE POLIVINILO EXP.	25	0.04000
CONCRETO	2300	1.80000
ENCALADO	1800	0.81000
LADRILLO AISLANTE		0.14644
LADRILLO REFRACTARIO		1.04600
LADRILLO ROJO		0.62760
MORTERO CEMENTO-ARENA	2000	0.63000
MORTERO CON VERMICULITA	500	0.18000
MORTERO CON ARCILLA EXP.	750	0.25000
TABIQUE	2200	1.30000
TABIQUE	1800	0.96000
TABIQUE	1500	0.65000
TABLARROCA (YESO-CARTON)	950	0.16000
VERMICULITA, APLANADO	640	0.20000
VIDRIO SENCILLO	2200	0.93000
VIDRIO SENCILLO	2700	1.16000
YESO, APLANADO	1280	0.46000

TABLA 3-2-1 TABLA DE CONDUCTIVIDADES TERMICAS ( Continuación )		
MATERIALES	DENSIDAD (kg/m <sup>3</sup> )	CONDUCTIVIDAD TERMICA k [=] J/s.m.gC
<b>3-GASES</b>		
AIRE		0.02400
ARGON		0.01632
HELIO		0.14226
HIDROGENO		0.14000
OXIGENO		0.02300
<b>4-MADERA</b>		
MADERA BLANDA	610	0.13000
MADERA DURA	700	0.15000
TRIPLAY	530	0.14000
VIRUTA PRENSADA	400	0.16000
<b>5-METALES</b>		
ACERO	7830	58.00000
ACERO INOXIDABLE	7800	46.50000
ALUMINIO	2675	220.00000
BRONCE	1000	64.00000
COBRE	8938	350.00000
HIERRO GALVANIZADO	1500	46.50000
LATON		108.78400
MERCURIO		8.36800
PLATA		407.00000
PLOMO		34.00000
ZINC	6860	110.00000
<b>6-ROCAS</b>		
ARENISCA	2000	1.30000
CALIZA	2180	1.40000
GRANITO	2600	2.50000
MARMOL	2500	2.00000
PIZARRA	2700	2.00000
<b>7-OTROS</b>		
AGUA	1000	0.58000
AIRE EN REPOSO A 10 gC	1.25	0.02600
HIELO		1.70000

Una sustancia que tiene una gran Conductividad Térmica es un buen conductor de calor, en cambio un material con pequeña Conductividad Térmica es un mal conductor del calor, también conocido como aislante térmico. No hay ninguna sustancia que sea un conductor perfecto ( $k=\infty$ ) o un aislador perfecto ( $k=0$ ), pero como se mencionó en el capítulo dos hay materiales considerados buenos conductores térmicos como lo son los metales comparados con los no metales. Los gases son malos conductores del calor. En la tabla 3-2-1 se muestran recopilados y en forma tabular algunos materiales y sus respectivos valores de Conductividad Térmica que se encuentran reportados en la bibliografía.

Los materiales con los que se construyen viviendas, edificios, almacenes, escuelas, etc. no son de los más conductores, pero eso no indica que se pueden usar arbitrariamente a la hora de construir en regiones de clima extremo, como es el caso de Hermosillo.

El valor de  $k$  depende también de la temperatura, observando las figuras 3-2-2a, 3-2-2b y 3-2-2c se puede ver que las Conductividades Térmicas cambian de acuerdo a la temperatura. En muchos casos, la diferencia es aproximadamente lineal. Por lo que, con frecuencia, es posible describir la " $k$ " mediante la ecuación de la forma:

$$k = k_0 [1 + \beta (T - T_0)]$$

en cuya expresión:

$k_0$  es el valor de la Conductividad Térmica a la temperatura  $T_0$ .

$T_0$  es la temperatura de referencia.

$T$  es la temperatura a la cual se está calculando la Conductividad Térmica.

$\beta$  es una constante, y es positiva si  $k$  decrece con  $T$ . Su valor es generalmente pequeño.

Pero se puede considerar casi como constante en toda una sustancia si la diferencia de temperaturas entre sus partes no es demasiado grande.

Figura 3-2-2a  
Conductividad Térmica de los metales.

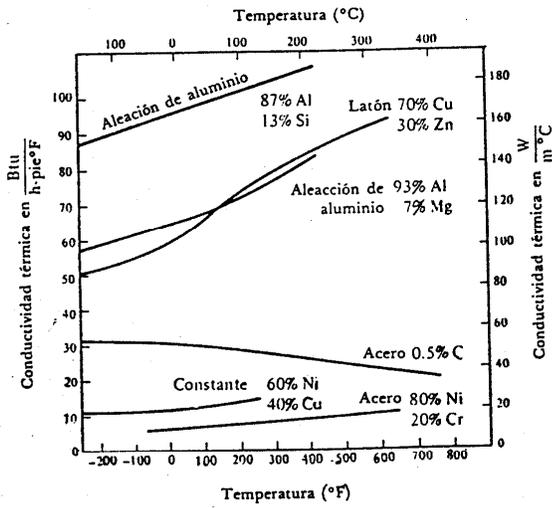
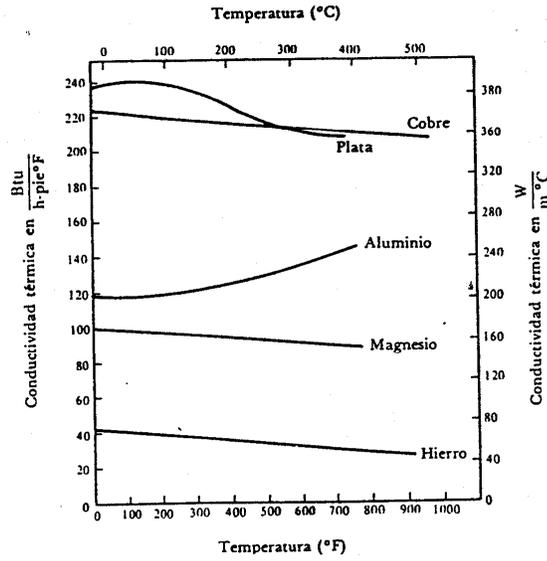
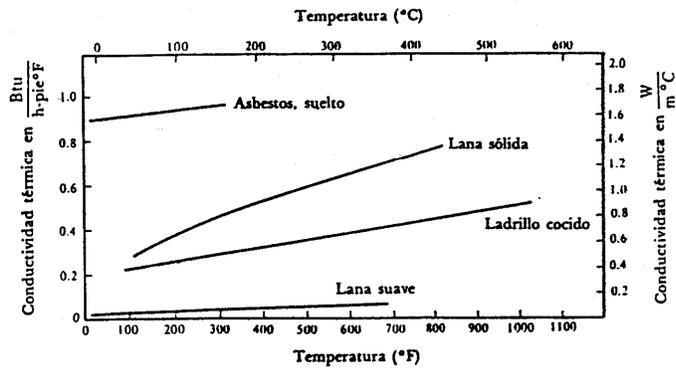


Figura 3-2-2b  
Conductividad Térmica de Aleaciones

Figura 3-2-2c  
Conductividad Térmica de Materiales Aislantes



En algunas revistas científicas se muestran los valores de  $k$  en diferentes rangos de temperatura, pero en la mayoría de los libros y para usos prácticos generalmente se presenta un valor específico.

A lo largo de este trabajo las unidades estándares de la Conductividad Térmica que se presentarán son las del Sistema Internacional de Unidades, SI, ( $\text{watts/m}^2\cdot\text{C}$  ó  $\text{J/sm}\cdot\text{C}$ ) pero son muchas las maneras en que se expresa esta propiedad aparte del SI y de las unidades inglesas, como es el caso de algunos autores que emplean para el espesor del material ( $x$ ) las pulgadas, mientras que para el área utilizan los pies cuadrados entonces las unidades para  $k$  son:  $\text{Btu in /h ft}^2 \text{ }^\circ\text{F}$ .

En el apéndice E se presenta una tabla de factores de conversión para la Conductividad Térmica extraída de la American Society for Testing and Materials (ASTM) C177 para que el lector, si así lo desea, pueda transformar las unidades de nuestros resultados al sistema que le convenga.

### **3-3 MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA.**

En el capítulo uno se presentó el cuadro sinóptico 1-3 en donde se ordenaron los diferentes métodos conocidos para determinar, de manera experimental, la Conductividad Térmica, en dos grupos: el grupo del Estado Estable y el del Estado Inestable. Al grupo del Estado Estable pertenecen los métodos de medición donde las muestras de prueba están sujetas a un perfil de temperatura, el cual es invariante con el tiempo, es decir, para cada punto permanece constante la temperatura en todo momento; así que la Conductividad Térmica se determina midiendo la velocidad del flujo de calor por unidad de área y la diferencia de temperatura cuando la muestra ha alcanzado el equilibrio.

En el segundo grupo, que corresponde a los métodos del Estado Inestable, la temperatura en cada punto varía con el tiempo, y en vez de medir la velocidad del flujo de calor se mide la velocidad del cambio de temperatura, el cual determina la difusividad térmica y la conductividad térmica se calcula a partir de este término, conociendo la densidad y el calor específico del material de prueba.

### 3-3-1 MÉTODOS DEL ESTADO ESTABLE

#### A.- Métodos del flujo de calor longitudinal:

En estos métodos, el arreglo experimental es diseñado para que el flujo de calor sea en la dirección axial de un espécimen de barra o disco. La pérdida o ganancia de calor radial debe ser prevenida y en caso de haberla se debe evaluar. Cuando se alcanza el estado estable y si no existen pérdidas o ganancias de calor, la Conductividad se determina por la ecuación lineal de Fourier (ec. 2-2-1):

$$k = - \frac{q \Delta x}{A \Delta T}$$

Así  $q$  es el coeficiente del flujo de calor,  $A$  el área,  $\Delta x$  es la distancia entre los puntos donde se tomó  $T_1$  y  $T_2$ ,  $\Delta T$  es la diferencia de  $T_2 - T_1$  y  $k$  es el promedio de la Conductividad Térmica correspondiente a la temperatura  $1/2 (T_1 + T_2)$ .

A este método pertenecen los métodos absolutos, comparativos y combinados.

#### B.- Método de la barra de Forbes:

El método original de Forbes consiste de dos experimentos separados. El primero fue denotado por Forbes como el "estático" y el segundo como el "dinámico". En el experimento estático una barra cuadrada de hierro dulce de 1.25 plg de lado y 8 ft de largo fue calentada en un extremo, por medio de plomo fundido o un soldador, a una temperatura alta fija, y la distribución de temperatura en estado estable a lo largo de la barra fue determinada con la superficie de la barra perdiendo calor por convección y radiación a una temperatura ambiente constante. En el experimento dinámico o de enfriamiento una barra similar, pero de sólo 20 plg de longitud, fue enfriada en las mismas condiciones de temperatura ambiente a partir de una temperatura alta uniforme y la pérdida de calor fue determinada. De estos dos experimentos, la Conductividad Térmica puede ser calculada como sigue:

Reemplazando  $\Delta x/\Delta T$  en la ecuación de flujo lineal por  $dx/dT$ , derivando la ecuación resultante con respecto a  $X$  y reorganizando:

$$k = \frac{dq}{A dx \frac{d^2T}{dx^2}}$$

(3-3-1b)

El experimento estático nos provee valores de  $d^2T/dx^2$ , y la pérdida de calor por unidad de longitud de la barra en el experimento de enfriamiento es:

$$\frac{dq}{dx} = A C \frac{dT}{dt}$$

donde  $dT/dt$  es el valor del enfriamiento medido y  $C$  el calor específico por unidad volumen.

#### C.- Métodos del flujo de calor radial:

Son muchos los métodos que pertenecen a este tipo de flujo, que como su nombre indica, el calor se transmite radialmente. Cada método es de acuerdo a la geometría del espécimen y tienen características específicas que permiten seleccionarlos de acuerdo al tipo de material que se quiera medir, al rango de temperatura que emplee y a la manera en que se desee aislar el espécimen. Los métodos del flujo de calor radial se dividen en Métodos Absolutos y Métodos Comparativos; dentro del grupo de los Absolutos se encuentran el método esférico y elipsoidal, el de esfera y cilindros concéntricos, el del plato de Sénarmont y el método cilíndrico, que precisamente el que utilizamos en este dispositivo, su desarrollo histórico y matemático se estudiará en los siguientes apartados de este mismo capítulo.

Al grupo de los comparativos pertenecen el método de los cilindros concéntricos y el método del Disco.

#### D.- Métodos de calentamiento eléctrico directo:

En los métodos de calentamiento eléctrico directo, el espécimen es calentado directamente pasando una corriente eléctrica a través de él. Estos métodos son por lo tanto limitados a mediciones sobre conductores buenos, eléctricamente hablando. Además de esto, ellos usualmente dan la conductividad térmica en términos de conductividad eléctrica más que directamente. De cualquier manera los métodos de calentamiento eléctrico directo también tienen ciertas ventajas sobre otros métodos, y a altas temperaturas un gran número de materiales llegan a ser suficientemente buenos conductores. El calentamiento eléctrico directo ofrece facilidad para alcanzar altas temperaturas, usa técnicas experimentales y aparatos más sencillos que otros métodos a altas temperaturas, usa especímenes relativamente pequeños, requiere poco tiempo para alcanzar el equilibrio y también ofrece la posibilidad de determinar a la vez algunas propiedades físicas del mismo espécimen. De acuerdo con la geometría del espécimen, estos métodos caen dentro de dos categorías principales: barra cilíndrica y barra rectangular.

Al de la barra cilíndrica pertenecen los métodos del flujo longitudinal, flujo radial y el método de aproximación de la barra delgada.

#### E.- Método Termoeléctrico:

El método termoeléctrico fue desarrollado por Borelius y reportado en 1917. Es aplicable particularmente a mediciones sobre materiales termoeléctricos.

En este método, el espécimen es tomado entre contactos metálicos a través del cual se pasa una corriente eléctrica directa .

La Conductividad Térmica puede ser calculada a partir de la producción de calor ( $\pi I$  en donde  $\pi$  es el coeficiente Peltier), la diferencia de temperatura entre los extremos ( $\Delta T$ ), el área transversal ( $A$ ), y la longitud ( $L$ ), por la expresión:

$$k = \frac{\pi l L}{A \Delta T}$$

(3-3-1e)

El método de Borelius fue usado por Sedstrom para mediciones sobre aleaciones.

#### F.- Método térmico comparativo:

El método térmico comparativo fue desarrollado por Powell y es un método comparativo sencillo, para una rápida y fácil medición de la Conductividad Térmica.

La parte esencial del método térmico comparativo es una probeta aislada con una extremidad saliente. Para la probeta es necesaria una reserva térmica tomada a una temperatura cerca de 15 a 20 grados arriba de la temperatura del lugar. Un termopar superficial es colocado en la punta de la probeta y es conectado diferencialmente a la reserva térmica para medir la diferencia de temperatura entre la reserva y la punta saliente. La probeta se coloca en la superficie del material de prueba y pierde calor hasta una temperatura intermedia.

La diferencia de temperaturas es registrada por la fuerza electromotriz (fem), leyéndose del termopar diferencial, después de un corto periodo transiente (1 a 2 segundos).

Luego se obtiene una curva de calibración y la Conductividad Térmica del espécimen desconocido puede ser determinada a partir de los fems leídas a través de la curva de calibración.

### 3-3-2.- MÉTODOS DEL ESTADO INESTABLE

#### A.- Métodos del flujo de calor periódico:

En los métodos del flujo de calor periódico, el calor proporcionado al espécimen es regulado para tener un periodo fijo.

La onda de temperatura resultante, que se propaga a través del espécimen con el mismo periodo, es atenuada conforme se mueve a lo largo de éste. Consecuentemente

la difusividad térmica puede ser determinada a partir de mediciones del decrecimiento de amplitud y/o diferencia de fase de las ondas de temperatura entre ciertas posiciones dentro del espécimen. En la mayoría de los métodos del flujo de calor periódico el flujo está en la dirección longitudinal. De cualquier manera también se han usado métodos con flujo de calor en la dirección radial.

#### B.- Métodos del flujo de calor transiente:

Los métodos del flujo de calor transiente, ya sea longitudinal o radial, fueron usados primeramente por Neumann y reportados en 1862. En su método, un extremo de la barra fue calentado por una flama hasta alcanzar una temperatura en estado de equilibrio. La flama fue quitada súbitamente y las temperaturas, en dos posiciones a lo largo de la barra, fueron medidas como una función del tiempo. La difusividad térmica podía después ser calculada a partir de estas mediciones.

Para mayor información sobre cada uno de los métodos y sus fórmulas el lector puede consultar la referencia [5] en la bibliografía.

### 3-4 ANTECEDENTES DEL MÉTODO CILÍNDRICO PARA UN FLUJO DE CALOR RADIAL.

Como se mencionó, dentro de los métodos del estado estable se encuentra el método del flujo de calor radial y como método absoluto se tiene al método cilíndrico, que se tomó como base para el dispositivo de medición desarrollado.

El método cilíndrico usa un espécimen de prueba con la forma de un cilindro circular perfecto con una cavidad central coaxial, la cual debe contener un calentador que hará fluir el calor hacia afuera del espécimen en forma radial. Para este caso en particular la fuente de calor es una resistencia; por consiguiente, de acuerdo a la segunda ley de la termodinámica, el flujo de calor se transmite de la región de alta temperatura a la de baja temperatura, fluyendo radialmente de la cavidad central a la superficie exterior del cilindro. También, en el método radial, puede darse el caso de que la dirección del flujo de calor radial sea de afuera hacia adentro; esto sucede si en la cavidad central se coloca un sumidero de calor que deberá ser de temperatura mucho menor que la de la superficie de la muestra.

En 1897 Callendar y Nicolson reportaron el uso de este método para medir la Conductividad Térmica del hierro colado y el acero templado. Las muestras de ellos fueron de 5 plgs de diámetro y 2 ft de longitud con cavidad de 1 plg de diámetro, calentado por vapor bajo presión y la parte exterior del cilindro se enfriaba con agua circulando rápidamente en un tubo en espiral. En 1905 este método fue usado por Niven para muestras de madera, arena y aserrín.

Existe otro método que es muy parecido a éste, es el llamado método del alambre caliente, éste fue utilizado para medir gases y polvos en 1840.

En los primeros métodos, no se utilizaban aislantes en los extremos del cilindro, sino que usaban muestras largas y sólo se tomaban medidas en una pequeña sección al centro de la misma, lejos de los extremos.

En 1939, fue utilizado por primera vez, para mediciones en acero, el método que usa aislantes en los extremos del cilindro desarrollado por Powell. Estos aislantes en los extremos impiden la pérdida de calor y así es posible medir en diferentes secciones del espécimen el flujo radial de calor.

Precisamente en los métodos experimentales, es de suma importancia lograr que el flujo de calor en la muestra sea el que se consideró teóricamente para poder utilizar, sin error, las fórmulas conocidas y las mediciones hechas en la práctica, de tal forma que lo más delicado es lograr el aislamiento perfecto del espécimen, para que el flujo de calor lleve la dirección asumida; para este caso, el aislamiento del cilindro, está en las tapas y en la práctica fue sencillo lograrlo, así que puede decirse que se mantuvo un flujo radial con dirección del centro hacia afuera del cilindro, tal como lo sostiene el desarrollo de la fórmula que se utilizará para los cálculos posteriores.

### 3-5 DESARROLLO MATEMÁTICO DE LA FÓRMULA DEL MÉTODO CILÍNDRICO.

Utilizando la ecuación de Fourier (ec. 2-2-1) para el flujo de calor por conducción que establece:

$$q = -kA \frac{dT}{dx}$$

es posible llegar a una fórmula para el método cilíndrico de flujo de calor radial adecuándose a la forma geométrica de un cilindro circular perfecto. Figuras 3-5-1a, 3-5-1b, 3-5-1c y 3-5-1d.

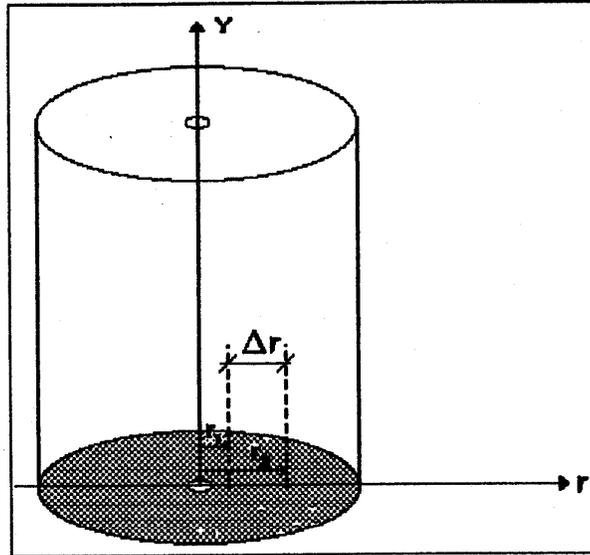


Fig. 3-5-1a Colocación del Espécimen en un sistema de coordenadas  $ry$

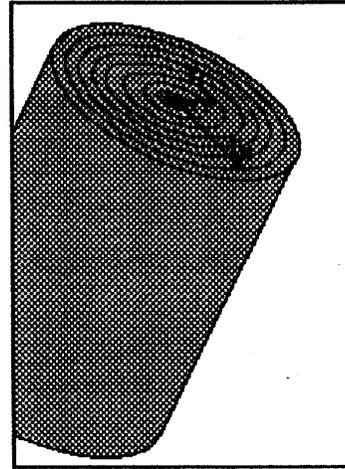


Fig. 3-5-1b Cilindros diferentes en cada radio

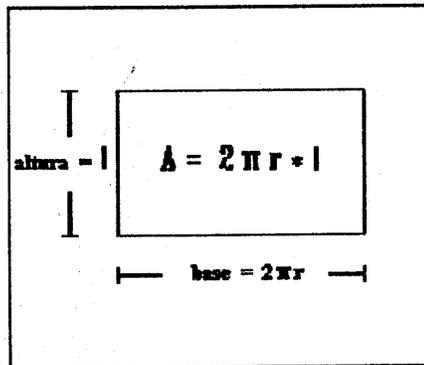


Fig. 3-5-1c Area de la Superficie de un cilindro

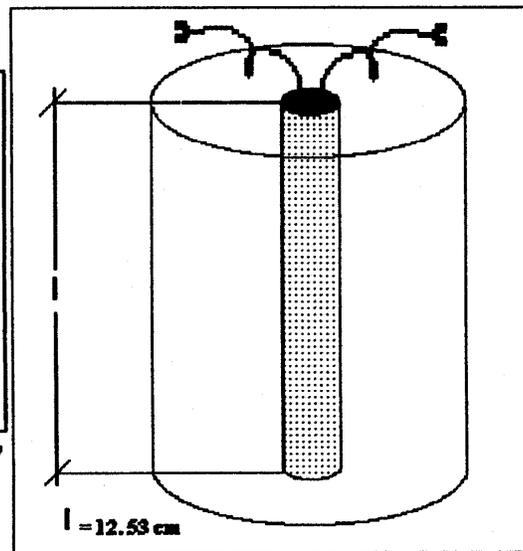


Fig. 3-5-1d Longitud de la Barra Calentadora ( $l$ )

En la figura 3-5-1a el eje de las abscisas(x) se le renombrará eje de los radios (r), pues es la dirección en que aumenta el radio dentro del cilindro.

Luego si  $x = r$

entonces  $\Delta x = \Delta r$

y para hacer la ecuación diferencial se tomará un  $\Delta x$  muy pequeño, así que se obtiene:

$$dx = dr$$

Por lo tanto la fórmula de Fourier para diferenciales de radios será:

$$q = -k A \frac{dT}{dr}$$

de ahí que en un diferencial de radio tenemos un diferencial de temperatura, pues a cada radio le corresponde una temperatura.

Aún falta adecuar el área en la fórmula de Fourier para la sección transversal al flujo de calor radial en un cilindro circular perfecto. Dentro del cilindro podemos considerar que existen muchos cilindros concéntricos y el área de cada uno varía en función del radio en ese punto. Figura 3-5-1b.

Si se desdobra el área del cilindro figura 3-5-1c se obtiene un rectángulo cuya base será el perímetro del círculo del cilindro al que pertenece, es decir,  $2\pi r$  y la altura será la altura del cilindro mismo. Para efectos de cálculo sólo interesa la altura en donde existirá un flujo de calor radial y esto sólo se puede garantizar con la longitud de la resistencia (l). Figura 3-5-1d.

Por lo tanto el área del cilindro queda:

$$A = 2\pi r l$$

así que la ecuación diferencial obtenida es:

$$q = -k(2\pi r l) \left( \frac{dT}{dr} \right)$$

reacomodando variables:

$$\frac{q dr}{k 2 \pi l r} = -dT$$

No debe olvidarse que de la ecuación anterior  $q$  es una constante, por que se fijará el voltaje y la corriente en el circuito ( $q = VI$ ),  $2\pi$  también es una constante ya conocida y  $l$  es la longitud de la resistencia (12.53 cm).

Integrando en ambos lados de la igualdad, desde un radio uno ( $r_1$ ) y su respectiva temperatura ( $T_1$ ), hasta un radio dos ( $r_2$ ) y su temperatura dos ( $T_2$ ).

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{q dr}{k 2 \pi l r} = \int_{T_1}^{T_2} -dT$$

sacando las constantes:

$$\frac{q}{k 2 \pi l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} dT$$

integrando:

$$\frac{q}{k 2 \pi l} [\ln r_2 - \ln r_1] = - [T_2 - T_1]$$

y por la ley de los logaritmos:

$$\frac{q}{k 2 \pi l} \left[ \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right] = [T_1 - T_2]$$

De lo anterior se obtiene que el flujo de calor está dado por:

$$q = \frac{k 2 \pi l [T_1 - T_2]}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

y despejando la Conductividad Térmica  $k$  se llega a:

$$k = \frac{q \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \pi l [T_1 - T_2]}$$

(3-5)

En dicha fórmula habrán de sustituirse los valores de las temperaturas, radios y flujo de calor reportados en las corridas para cada muestra, una vez que se hace la experimentación.

### 3-6 ANÁLISIS DE UNIDADES EN LA FÓRMULA PARA DETERMINAR LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA.

$$k = \frac{q \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \pi l [T_1 - T_2]}$$

$q$  es la potencia y se obtiene:

$$q = VI$$

$V$  es el voltaje y se expresa en:

$$\text{Volt} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = \frac{J}{c}$$

I es la corriente y se expresa en:

$$\text{amperes} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Segundos}} = \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

por lo tanto:

$$q = \left[ \frac{J}{C} \right] \left[ \frac{C}{s} \right]$$

$$q = \left[ \frac{J}{s} \right] = \text{watts}$$

Sustituyendo lo anterior en la fórmula para la Conductividad Térmica:

$$k = \left[ \frac{\frac{J}{s} \ln \left( \frac{m}{m} \right)}{m [^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{C}]} \right]$$

$$k = \left[ \frac{\frac{J}{s}}{m ^{\circ}\text{C}} \right]$$

$$k = \left[ \frac{J}{s m ^{\circ}\text{C}} \right]$$

(3-6)

$$k = \left[ \frac{\text{watts}}{m ^{\circ}\text{C}} \right]$$