# CAPITULO VI.

## RESPUESTA SISMICA DE ESTRUCTURAS.

La respuesta sísmica de una estructura, está representada por las deformaciones y fuerzas que aparecen en ella al verse sujeta a la acción de un sismo.

Como se ha mencionado, los procedimientos de análisis sísmico que existen, estan enfocados a encontrar las deformaciones que se presentan en cada grado de libertad seleccionado; los demas parámetros de interes, como son los esfuerzos y elementos mecánicos en general; se obtienen como un análisis secundario en el cual se usan los desplazamientos ya conocidos.

En el capítulo anterior, al obtener la respuesta dinámica modal de las estructuras, se desarrolla el procedimiento para obtener la ecuación que define la respuesta para cada modo de vibrar ante una excitación sísmica. La respuesta total se obtiene por superposición modal.

$$Y_{imax} = \frac{\{\Phi_i^T\}[M]\{J\}}{\{\Phi_i^T\}[M]\{\Phi_i\}} \left[ \frac{1}{\omega_{ai}} \int \ddot{X}_t e^{-\xi\omega_i(t-\tau)} \operatorname{sen}\omega_{ai}(t-\tau)\, d\tau \right]_{max} \qquad (5\text{-}67)$$

La ecuación (5-67) es la integral de Duhamel para el problema sísmico, pero es de notarse que la aceleración del terreno ante un sismo no se puede representar por medio de una ecuación bien definida, pues su comportamiento, representado en los acelerogramas, presenta picos y variaciones irregulares que no siguen algún orden. En vista de lo anterior, la valuación de esta ecuación presenta problemas.

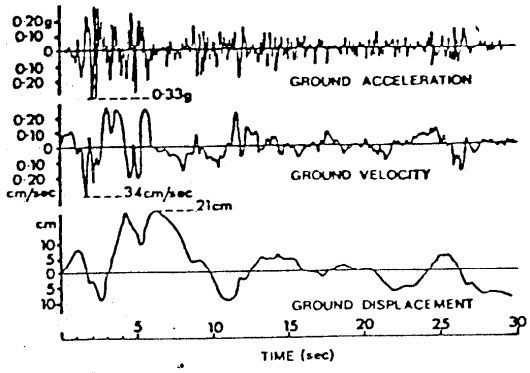



Fig. 6.1. Movimientos del terreno durante el temblor El Centro, California, Mayo 18 de 1940.

Si se conoce el acelerograma de un temblor y se quiere conocer la respuesta de una estructura, se pueden utilizar los métodos paso a paso ya mencionados, en los cuales se puede utilizar la variación de la aceleración en el transcurso del tiempo, dada por el acelerograma, datos tan confiables como sea la presición del registro y la lectura del mismo.

SELECCION DEL SISMO DE DISEÑO.

Para diseñar sísmicamente una estructura, es necesario seleccionar el sismo representativo de diseño. Como es sabido, la ocurrencia de estos, es un proceso estocástico y la probabilidad de que se repita en un lugar un mismo sismo, es cero.

Para un sitio dado, es necesario predecir la forma de los espectros de respuesta, conocidas las características de los temblores que pueden afectar el lugar y de la probabilidad de que ocurran. Es difícil

contar con un registro de sismos ocurridos en un lugar, por lo que no se pueden desarrollar los espectros de respuesta para ellos. La mayor parte de las veces, se hace un estudio de temblores ocurridos en las vecindades, para los cuales sí existen registros y sus parámetros se usan para desarrollar un estudio de sismicidad local para toda la zona, usando la estadística Bayesiana, para luego auxiliarse con las leyes de atenuación que establecen relaciones entre intensidad, magnitud y distancia y evaluar la influencia de todas las provincias sísmicas vecinas en la estación de interes, lo cual se conoce como sismicidad regional. El procedimiento anterior se describió en el capítulo II.

Por lo general el estudio anterior ya se ha hecho en forma general para extensas zonas, y se encuentran compactados en los mapas de regionalización sísmica y cada zona delimitada se encontró en base a las intensidades máximas esperadas con un período de retorno seleccionado.

En base a los valores máximos esperados de los parámetros significativos de diseño y de características observadas de espectros de respuesta contruídos con registros de sismos ocurridos, es posible construír un espectro de diseño suavizado, que corresponde al sismo de diseño.

La elección del sismo de diseño se hace en base a una probabilidad de falla o período de retorno, el cual se selecciona despues de un estudio de optimización que consiste en encontrar la solución que maximice la siguiente expresión.

$$E\ (Ua) = E\ (Ba) - E\ (Ca) - E\ (Da) \qquad (6\text{-}1)$$

Donde:

E (Ua) = Esperanza de las utilidades actualizadas, que se generarán en la vida útil de una estructura.

E (Ba) = Esperanza de los beneficios actualizados.

E (Ca) = Esperanza del costo actualizado de construcción.

E (Da) = Esperanza de los costos actualizados por daños.

Para realizar el estudio anterior, es necesario suponer que se conoce la resistencia de la estructura, o sea, existe una intensidad "Y" debajo de la cual la estructura no sufre daños, pero falla arriba de ella. Este criterio se justifica tomando en cuenta que la incertidumbre en la resistencia de la estructura, es poca en comparación con la de las características de los sismos futuros.

La ecuación (6-1) es de difícil solución pues es necesario establecer un parámetro cuantificador de valor. Este normalmente es el dinero, pero no a todos los efectos que se producen a la selección de una solución dada, se le puede valorar con dinero. Por ejemplo, las posibles respuestas estructurales que se incluirían en el estudio, involucrarían posibles pérdidas de vidas humanas u obras de arte, se tomaría en cuenta la importancia social de la estructura, el desprestigio para el constructor etc. Por lo tanto se debe establecer una escala de valor en base a preferencias seleccionadas; así se tomará una unidad común para medir las utilidades de cada evento.

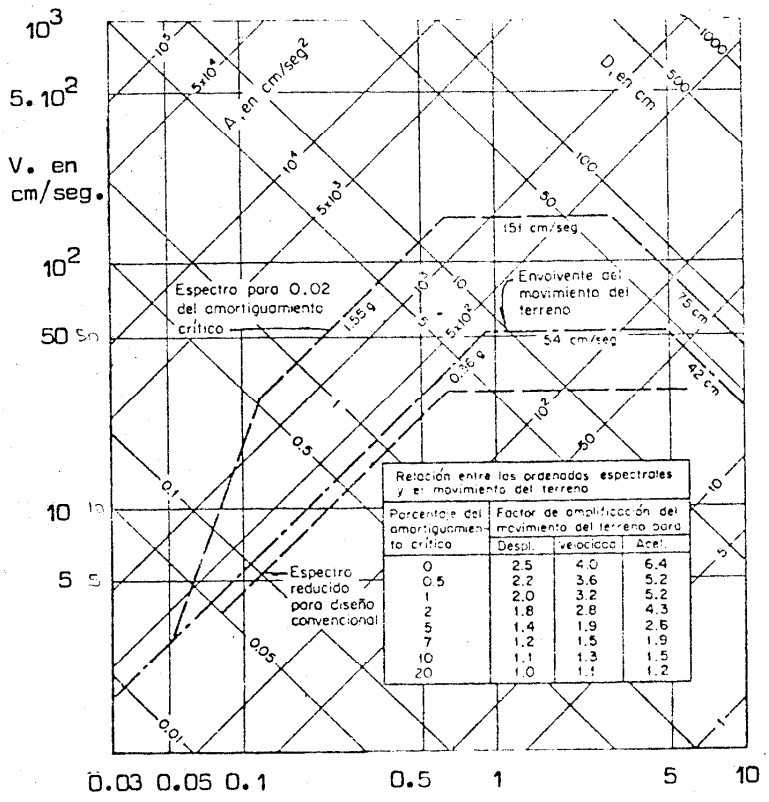
ESPECTROS DE DISEÑO.

Como se ha mencionado, los espectros de respuesta a sismos específicos, no son representativos para diseño, sino que hay que seleccionar un espectro de diseño el cual es función del período de retorno esperado, el cual se obtiene en base al estudio de optimización mencionado en el párrafo anterior.

En el capítulo II se analizó la obtención de las curvas intensidad -período de recurrencia para una estación dada (sismicidad regional), en las cuales se grafican los valores máximos esperados de intensidad para cada período de retorno. En base a estos valores, es posible obtener las envolventes de los espectros de respuesta para distintos grados de amortiguamiento.

De las curvas intensidad-período de recurrencia, se entra con el período de retorno y se obtienen los valores de máxima aceleración, velocidad y desplazamientos, los cuales se pueden graficar en un papel logarítmico en cuatro direcciones.

Designando por D las ordenadas del espectro de desplazamiento; por $V_o = \omega D = \frac{2\pi}{T} \times D$ las ordenadas del espectro de seudovelocidades y por $A = \omega^2 D = \omega V = \frac{\pi^2 4}{T^2} D$ a las del de seudo aceleraciones, se pueden representar en una misma gráfica en el papel logarítmico en 4 direcciones (fig. 6.2), pues la variación de todas ellas se diferencia por el valor de $\omega$.




| Relación entre las ordenadas espectrales y el movimiento del terreno | | | |
|---|---|---|---|
| Porcentaje del amortiguamiento crítico | Factor de amplificación del movimiento del terreno para | | |
| | Despl. | Velocidad | Acel. |
| 0 | 2.5 | 4.0 | 6.4 |
| 0.5 | 2.2 | 3.6 | 5.2 |
| 1 | 2.0 | 3.2 | 5.2 |
| 2 | 1.8 | 2.8 | 4.3 |
| 5 | 1.4 | 1.9 | 2.6 |
| 7 | 1.2 | 1.5 | 1.9 |
| 10 | 1.1 | 1.3 | 1.5 |
| 20 | 1.0 | 1.1 | 1.2 |

Fig. 6.2. Construcción de espectros de diseño.

La fig. 6.2 se grafican líneas paralelas a los ejes de referencia escogidos, de los valores de aceleración, velocidad y desplazamientos máximos del terreno. Estas ordenadas se multiplican por los valores de la tabla incluída, dependiendo del porciento de amortiguamiento que se tenga en la estructura. Así, con un amortiguamiento de 0.02 del crítico, los factores son 1.8, 2.8 y 4.3 que multiplicados a las intensidades del terreno (A = 0.36g., V = 54 cm/seg. y D = 42 cm.), se obtienen 75 cm., 151 cm/seg., y 1.55 g. que son las ordenadas que definen la envolvente con amortiguamiento C = 0.02 Ccr.

El espectro obtenido corresponde al envolvente para un sistema elástico, pero a partir de él, es posible encontrar un espectro reducido que tome en cuenta la absorción de energía por comportamiento inelástico de estructuras dúctiles, según se verá mas adelante.

Una variación del método anterior para obtener el espectro de diseño es el partir de la ecuación que define la sismicidad local, la cual se puede escribir como:

$$\lambda_Y = \alpha_B e^{-\beta_B M(Y, R_B)} \qquad (6\text{-}2)$$

$\lambda_Y$ = Número medio anual de temblores por unidad de área, cuya magnitud excede Y.

$\alpha_B, \beta_B$ = Valores que adquieren los parámetros que definen la sismicidad local de la zona B.

Suponiendo que la intensidad $Y$ (aceleración, velocidad o desplazamiento), de acuerdo con las ecuaciones de atenuación mencionadas en el capítulo II (ecs. 2-4), puede expresarse para a, v y d, de la siguiente manera:

$$Y = C e^{kM} R^{-q} \qquad (6\text{-}3)^*$$

La ecuación (6-2) se escribiría:

$$\lambda_Y = \sum_i \alpha_i \left[ \frac{Y}{C} \right]^{-\beta_i/k} R^{-q\beta_i/k} \qquad (6.4)*$$

Esta sumatoria se realizaría a traves de todas las provincias sísmicas que contribuyan a la sismicidad regional de una estación, pero en muchos casos resulta razonable simplificar el problema estableciendo hipótesis simplificadoras del comportamiento de la sismicidad en la región, a saber:

a) Sismicidad uniforme alrededor del lugar o estación.

b) Sismicidad uniforme a lo largo de una recta a una distancia X de la estación.

Integrando la ecuación (6-4), con la primera hipótesis, se obtiene:

$$\lambda_Y = \frac{\pi \alpha (Y/C)^{-\beta/k}}{\frac{q\beta}{2k} - 1} \left( h^2 + r^2 \right)^{(1 - q\beta/2k)} \qquad (6\text{-}5)*$$

La integración para la segunda hipótesis de (6-4) conduce a la siguiente expresión:

$$\lambda_Y = \alpha (Y/C)^{-\beta/k} L \left(1 - q\beta/k\right) \int_0^1 \left(\gamma^2 + u^2\right)^{-q\beta/2k} du \qquad (6\text{-}6)*$$

donde $\gamma^2 = \dfrac{X^2 + h^2 + r^2}{L^2}$

L = Longitud de la falla recta.

X = Distancia de la estación a la falla, medida normalmente a esta.

h = Profundidad focal.

r = Constante empírica.

* " Criterios para la construcción de espectros de Diseño Sísmico". Luis Esteva M. Octubre 1968.

Para encontrar la envolvente del espectro medio del terreno, se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se escoge la hipótesis mas congruente con las características locales y se designa la ecuación a usar, (6-5) o (6-6).

2. Se suponen conocidos los parámetros r, h, $\alpha$, $\beta$.

3. De las leyes de atenuación (ecs. 2-4), se conocen los valores de - C, K y q para las tres ecuaciones de intensidad (aceleración, velocidad y desplazamiento).

4. Del período de recurrencia seleccionado se obtiene el valor - - — $\lambda_Y = 1/T_r$

5. Si la hipótesis simplificadora escogida para el lugar en estudio - fue la b), o sea sismicidad uniforme a lo largo de una recta, se - obtiene el parámetro $\gamma$ y $q\beta/2K$ para entrar a las graficas de - la fig. 3 y obtener I.

6. Sustituyendo todos los valores conocidos, en la ecuación correspondiente (6-5) o (6-6), se despeja la intensidad Y, usando sucesivamente las constantes correspondientes para obtener A, V, y D, que corresponden a la envolvente del movimiento del terreno.

Al igual que se hizo al obtener la envolvente de la curva frecuencia-intensidad, estos valores se pueden graficar con un papel logaritmico en 4 direcciones como en la fig. 6.2 y usando las constantes de amortiguamiento necesarias, se multiplica este espectromedio por esas constantes para obtener un espectro de diseño que corresponde a una envolvente de los espectros de respuestas a los posibles sismos a presentarse en - el lugar.

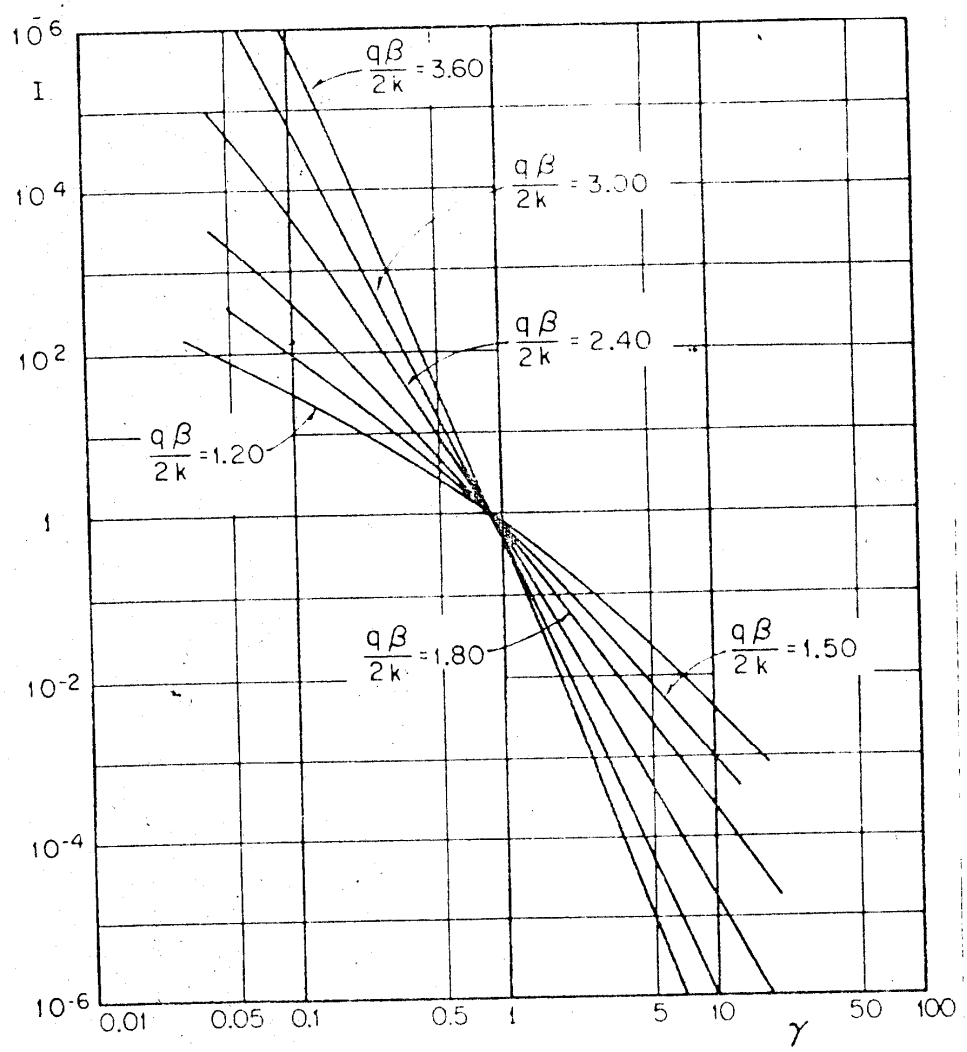



Fig 6.3. Valores de $I = \int_0^1 (\gamma^2 + u^2)^{\frac{q\beta}{2k}} du$

Las constantes para cada porciento de amortiguamiento se obtuvieron en base a la realización de infinidad de espectros de respuesta de estructuras ante sismos, para los cuales se cuenta con la información necesaria para el estudio.

COMPORTAMIENTO ELASTICO E INELASTICO.

El estudio del comportamiento dinámico de las estructuras, expresada por medio de frecuencias y modos de vibrar, se basa en la suposición de un comportamiento elástico de los materiales que componen la estructura.

Al estar sujeta la estructura a un sismo determinado, en algún instante durante el temblor, o pocos segundos despues de que ha cesado, se presenta la respuesta máxima; es para este valor para el que se deberá diseñar.

Si se desea que se conserve dentro del comportamiento elástico, el máximo esfuerzo sera función directa de su rigidez y de su período de vibración. Para mayor rigidez aumentará el esfuerzo y disminuirá el desplazamiento.

Al suponer el comportamiento elástico a lo largo de toda la historia del sismo de diseño, se obtiene una respuesta elevada para la cual se requieren elementos muy robustos de la estructura para asegurar este comportamiento, lo que por lo general resulta antieconómico.

En realidad, la mayor parte de las estructuras tienen un comportamiento inelástico, lo que hace que puedan soportar cargas sísmicas mas altas que las de diseño por el método elástico.

Al empezar a presentarse el límite de fluencia en los miembros mas cargados de las estructuras hiperestáticas, ocurre una redistribución -

de momentos mediante la aparición de articulaciones plásticas. Bajo esta condición, el miembro que llegó a su límite de fluencia se sigue deformando sin fallar debido a sus características inelásticas y con esto se aumenta la capacidad de carga de la estructura en conjunto, en tanto no se presente un número elevado de articulaciones plásticas que hagan que el sistema inicialmente hiperestático, se transforme en inestable.

Con la formación de las articulaciones, se absorve gran cantidad de energía de deformación, lo que hace que se reduzca la capacidad de daño del sismo, al disminuir las fuerzas que se generarán por la energía restante.

El cálculo de la respuesta de sistemas inelásticos es mas difícil que el de sistemas elásticos, por lo que se trató de utilizar un mismo procedimiento en ambos casos. Para lo anterior se partió del análisis de espectros de respuesta de sistemas elásticos e inelásticos, en los cuales no se encontraron diferencias significativas en los desplazamientos máximos. Si el sistema inelástico, que rebasó su límite de fluencia, tenía el mismo desplazamiento, es claro que la fuerza que lo provocó fué menor y ésta será la que deberá soportar la estructura para no fallar.

La fuerza sísmica de diseño será menor, entre mayor sea la energía absorvida.

En la figura 6.4 se ilustra una forma de comportamiento inelástico.

La acción de un sismo es variante por lo que al cambiar de dirección la solicitación, la estructura a la cual corresponde el comportamiento elastoplástico mostrado, se deformará de tal manera

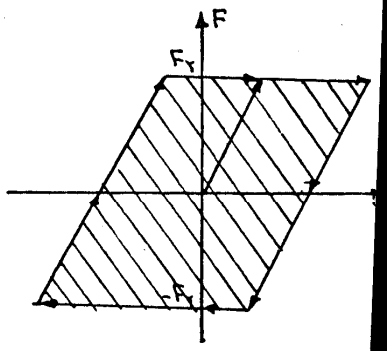



Fig. 6.4. Comportamiento elastoplástico.

que formará una envolvente. El área encerrada en cada ciclo será una - medida de la energía absorvida por ella.

Esta característica de los sistemas inelásticos se mide por medio de la ductilidad, la cual se define a continuación.

FACTOR DE DUCTILIDAD.

Al deformarse una estructura mas alla del límite plástico, se presentan fallas de detalles o elementos secundarios, como sería la aparición de grietas en muros, destrucción de elementos de albañilería y estos daños serán tan críticos en tanto sea mayor la deformación.

El factor de ductilidad se define como la relación entre la deformación máxima que sufre la estructura, sin llegar a la falla, y la correspondiente al límite de fluencia, o sea:

$$\mu = \frac{\delta_{max}}{\delta_Y} \qquad (6\text{-}7)$$

Existen diferencia entre los distintos materiales usados en cuanto a su ductilidad, por ejemplo el acero es mas ductil que el concreto, - pero para la construcción de estructuras, no se puede diseñar con factores de ductilidad altos, pues para ellos, los desplazamientos laterales hacen que sea de importancia el efecto $P - \Delta$ y la estructura falla - por inestabilidad. Para estructuras de concreto, es necesario tener - las uniones convenientes y el armado para tener un funcionamiento que - garantice un buen factor de ductilidad para diseño.

DISEÑO DE ESTRUCTURAS INELASTICAS.

Usando el factor de ductilidad es posible realizar el estudio de - estructuras inelásticas por un método elástico equivalente.

La suposición básica de este método es que la deflexión producida en una estructura por un sismo, es la misma, ya sea que su comportamiento sea elástico o inelástico.

En la Fig. 6.5, se representa la gráfica fuerza-deformación para un sistema inelástico y la correspondiente al comportamiento elástico. De la definición de ductilidad y la figura 6.5, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\mu = \frac{\delta_{max}}{\delta_Y} = \frac{f_{max}}{f_Y} \qquad (6\text{-}8)$$

$$f_Y = \frac{f_{max}}{\mu} \qquad (6\text{-}9)$$

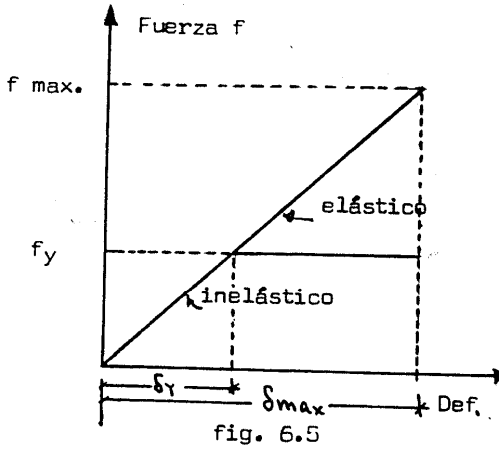


fig. 6.5

El sistema inelástico solo resiste la fuerza que provoca la fluencia, por lo que para realizar el análisis elástico, se debe realizar con una intensidad menor en $\mu$ veces la intensidad que provoca un desplazamiento max. en un comportamiento elástico (ec. 6-9).

El desplazamiento obtenido después del análisis, con la intensidad del sismo reducido $\mu$ veces, corresponde a la respuesta presentada en el límite de fluencia. Para obtener el desplazamiento real, es necesario multiplicarlo por el factor de ductilidad $\mu$ .

Al utilizar los espectros de diseño elásticos para una estructura con un factor de ductilidad $\mu$ , es necesario obtener un espectro reducido que tome en cuenta el comportamiento inelástico según se vió, y asegurar la disminución de la intensidad de diseño por la propiedad de absorción de energía de la estructura.

Para el rango de períodos moderados y largos, con amortiguamiento comprendido entre 0.2 y 0.10, el factor de reducción puede tomarse igual a $1/\mu$, tanto para espectros de aceleración como para los de velocidad.

Los reglamentos de construcción normalmente presentan el espectro de diseño de aceleraciones, en el cual incluyen un porciento de amortiguamiento congruente con los valores observados en construcciones tipo. Es común incluir alrededor de 0.05 Ccr.

El espectro de aceleraciones máximas se divide en 3 zonas dependiendo del valor del período de la estructura (fig. 6.6), tomando en cuenta que los espectros de respuesta tienen ciertas características comunes, las cuales fueron citadas en el capítulo IV.

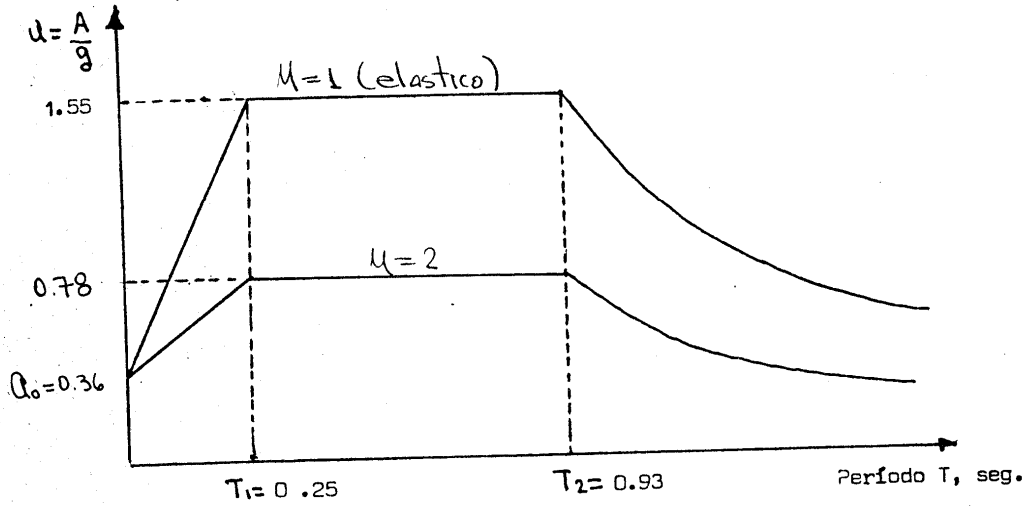



Fig. 6.6 Espectros de aceleraciones para cierto período de recurrencia y amortiguamiento de 0.02.

$$\frac{A}{g} = a \begin{cases} a_0 + \dfrac{1.55}{\mu}\,\dfrac{T}{T_1} & \text{para } T < T_1 \\ \dfrac{1.55}{\mu} & \text{para } T_1 \leq T \leq T_2 \\ \dfrac{1.55}{\mu}\left[\dfrac{T_2}{T}\right]^{1/2} & \text{para } T \geq T_2 \end{cases} \qquad (6\text{-}10)$$

En la figura 6.6, el período $T_2$ se deduce del espectro en cuatro direcciones logarítmicas del lugar (fig. 6.2), en el cual para el amortiguamiento seleccionado, se obtiene el período que corresponde a la intersección de las ordenadas espectrales constantes A y V. El período obtenido se multiplica por un factor de seguridad que toma en cuenta la incertidumbre en la determinación de los períodos naturales de estructuras.

En la figura 6.2, la intersección A y V para un 0.02 Ccr. corresponde a $T \doteq 0.70$, por lo que usando un factor de seguridad de 1.33 se tiene $T_2 = 1.33 \times 0.70 = 0.93$ seg.

El período $T_1$ se tiene de consideraciones sobre el tipo de terreno de desplante de las estructuras. El reglamento del D.D.F. propone para terreno firme un valor de $T_1 = 0.3$ seg. para terreno firme, el cual si se quiere proteger contra incertidumbres se puede obtener al igual que $T_2$, o sea $T_1 = 0.83 \times 0.3 = 0.25$ seg.

La variación de 0 a $T_1$ empieza desde $a_0$ (aceleración del terreno) hasta la aceleración espectral en $T_1$ tomando en cuenta la característica de las estructuras en que para períodos cortos, la aceleración espectral se acerca a la máxima aceleración del terreno.

En el intervalo comprendido entre $T_1$ y $T_2$, la ordenada del espectro de aceleración se mantiene constante.

A partir de $T_2$, la ordenada va disminuyendo tomando en cuenta la forma de los espectros de respuesta reales.

En base al espectro elástico se pueden obtener los espectros reducidos por ductilidad.

REGLAMENTO PARA EL D.D.F.

El reglamento del D.D.F. clasifica las estructuras según su uso y sus características estructurales. También toma en cuenta el tipo de terreno en el cual se desplantara.

Según su uso, las construcciones se clasifican en grupos que consideran la importancia de ella y los efectos de una posible falla, existen 3 grupos, a saber: Grupo A, Grupo B, Grupo C.

Según su estructuración las clasifica en 4 tipos que toman en cuenta la forma de los elementos de soporte y el comportamiento estructural, eston son: Tipo 1, Tipo 2, Tipo 3, Tipo 4.

La clasificación en el tipo de suelo de desplante, lo toma en cuenta por medio de un coeficiente sísmico C, el cual tiene la siguiente variación según la zona:

| | |
|---|---|
| Zona I (terreno firme) | C = 0.16 |
| Zona II (terreno de transición) | C = 0.20 |
| Zona III (terreno compresible) | C = 0.24 |

El valor de la ductilidad lo propone en base al tipo de comportamiento esperado, tomando en cuenta los materiales utilizados en la construcción, procesos constructivos y tipos de estructuración. Se dan valores de ductilidad que van de 1 a 6.

El espectro de diseño sísmico lo propone tomando en cuenta un comportamiento elástico y las expresiones que lo definen son las siguientes:

$$a = a_0 + (c - a_0)\,T/T_1 \;; \qquad \text{Si } T \text{ es menor que } T_1$$

$$a = c \;; \qquad \text{Si } T \text{ está entre } T_1 \text{ y } T_2 \qquad (6\text{-}11)$$

$$a = c\,(T_2/T)^r \;; \qquad \text{Si } T \text{ es mayor que } T_2$$

$a$ = Aceleración espectral expresada como fracción de la gravedad.
c = Coeficiente sísmico que depende de la zona de desplante.
T = Período de la estructura a diseñar.
r = Constante.

VALORES DE $a_0, T_1, T_2, \gamma$

| ZONA | $a_0$ | $T_1$ | $T_2$ | $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|
| I | 0.03 | 0.3 | 0.8 | 1/2 |
| II | 0.045 | 0.5 | 2.0 | 2/3 |
| III | 0.06 | 0.8 | 3.3 | 1 |

fig. 6.7

Las ordenadas obtenidas con este espectro se reducen por efecto de la ductilidad de la siguiente manera:

$$a \text{ reducido} = a/\mu \qquad \text{si } T > T_1$$
$$a \text{ reducido} = 1 + (\mu - 1)\, T/T_1 \qquad \text{si } T < T_1 \qquad (6\text{-}12)$$

RESPUESTA DINAMICA MODAL UTILIZANDO ESPECTROS DE DISEÑO.

En el capítulo anterior se describió el procedimiento para obtener la respuesta dinámica modal para el problema sísmico (ec. 5-67), pero la ecuación que lo define está expresada en forma general por la integral de Duhamel.

$$Y_{i\,max} = \frac{\{\phi_i^T\}[M][J]}{\{\phi_i^T\}[M]\{\phi_i\}} \left[\frac{1}{\omega_{ai}} \int \ddot{X}_t e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \operatorname{sen} \omega_{ai}(t-\tau)\, d\tau\right]_{max} \qquad (5\text{-}67)$$

La expresión encerrada en corchetes corresponde a la que define la historia de la respuesta ante un sismo que provoca una aceleración del

terreno $\ddot{X}_t$. El sismo que se incluye corresponde al sismo de diseño y las ordenadas del espectro de desplazamientos, o sea la ecuación (5-67) se puede escribir como:

$$Y_{imax} = \frac{\{\phi_i^T\}[M]\{J\}}{\{\phi_i^T\}[M]\{\phi_i\}} S_x \qquad (6\text{-}13)$$

donde:

Sx = Espectro de desplazamientos.

Los reglamentos normalmente dan los espectros de aceleraciones por lo que es necesario expresar la ec. (6-13) en función de ella.

$$S_x = \frac{S_v}{\omega} = \frac{S_a}{\omega^2} \qquad (6\text{-}14)$$

$$S_a = S_x \times \omega^2 \qquad (6\text{-}15)$$

$$Y_{imax} = \frac{\{\phi_i^T\}[M]\{J\}}{\{\phi_i^T\}[M]\{\phi_i\}} \frac{S_a}{\omega_i^2} \qquad (6\text{-}16)$$

Sv = Seudo velocidad espectral.

Sa = Seudo aceleración espectral.

$$\{y_{i\,max}\} = \{\phi_i\}\{Y_{i\,max}\} \qquad (6\text{-}17)$$

$$\{y_{i\,max}\} = \frac{\{\phi_i^T\}[M]\{J\}}{\{\phi_i^T\}[M]\{\phi_i\}} \frac{1}{\omega_i^2}\{\phi_i\} S_a \qquad (6\text{-}18)$$

$$\{y_{i\,max}\} = \psi_i \phi_i S_a \qquad (6\text{-}19)$$

donde:

$$\psi_i = \frac{\{\phi_i^T\}[M]\{J\}}{\{\phi_i^T\}[M]\{\phi_i\}} \frac{1}{\omega_i^2} \qquad (6\text{-}20)$$

= Factor de participación del modo i.

Si existen n modos de vibrar, se obtienen n desplazamientos.

Al tener los desplazamientos se pueden calcular las fuerzas sísmi-

cas, cortantes y momentos de volteo en la estructura analizada.

Para obtener la respuesta máxima como una participación de todos los modos, se puede usar el criterio aproximado propuesto por Rosenblueth.

$$Q = \sqrt{\sum_i Q_i^2} \tag{6-21}$$

Cuando los modos estan bien diferenciados entre sí:

$$Q = \sqrt{\sum_i Q_i^2 + \sum\sum \frac{Q_i Q_j}{1+\varepsilon_{ij}^2}} \tag{6-22}$$

Cuando los modos son parecidos.

donde

$Q_i$ = Respuesta del $i$esimo modo

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\omega_i' - \omega_j'}{\xi_i' \omega_i + \xi_j' \omega_j} \tag{6-23}$$

Para obtener las cortantes se multiplican las rigideces de cada entrepiso por su desplazamiento relativo, y las fuerzas sísmicas estáticamente.

$$V = \sqrt{\sum_i V_i^2} \tag{6-24}$$

$$F = \sqrt{\sum_i F_i^2} \tag{6-25}$$

La obtención de la respuesta para cada modo de una estructura, se hace solo cuando la influencia de todos ellos es importante. Para las estructuras mas comunes en la práctica, como son los edificios a base de marcos con entrepisos bien definidos, y muchos casos más, la influencia de los modos superiores no es importante en la respuesta, por lo que se puede suprimir en el análisis. El refinamiento que se logra con incluirlos, no justifica la introducción de dichas respuestas.