

C A P I T U L O I I I .

COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LAS ESTRUCTURAS.

MODELO SELECCIONADO.

Los acelerogramas en tres direcciones ortogonales del terreno nos dan la historia completa de un movimiento sísmico. Para el diseño en Ingeniería, interesa el efecto que tendrán estos movimientos en las estructuras reales. Puesto que no son infinitamente rígidas, sino deformables, responderán a los impulsos del terreno de una manera definida por sus características estructurales expresadas por medio de modos naturales de vibración, del amortiguamiento, de las leyes carga-deformación de cada uno de sus elementos, esto tanto en el rango elástico como en el inelástico.

El análisis dinámico es mas complejo y consume mayor tiempo que un análisis estático.

Al aplicar a una estructura una fuerza que varíe con el tiempo, - la respuesta de ésta también varía, a diferencia de la respuesta a cargas estáticas que queda bien definida e invariante en el tiempo, a una sollicitación estática dada.

La solución dinámica a una carga variante, es función del tiempo. Para conocer la historia de la respuesta, se pueden dar una sucesión - de soluciones correspondientes a todos los tiempos de interés.

Para una aplicación dinámica de cargas a una determinada estructura, interesa la máxima respuesta de ésta, para evitar la falla y el - análisis que se realice, va encaminado a encontrar esta respuesta que será la base para este diseño. . Esta se dá en términos de desplazamientos a partir de los cuales es posible conocer los elementos - - - - -

mecánicos, esfuerzos y deformaciones.

Para realizar el análisis, es necesario hacer idealizaciones de la estructura y representarla por modelos congruentes.

Como ejemplo consideremos una viga simplemente apoyada, sujeta a una fuerza $P(t)$

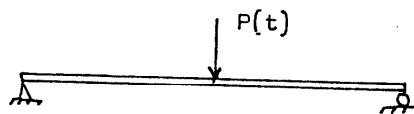


Fig. 3.1

Como primer paso tenemos que elegir el modelo a analizar, el más exacto sería considerar un sistema continuo entre sus apoyos, lo que nos daría un número infinito de puntos a definir y la respuesta sería función del tiempo y posición del punto de interés. Una simplificación, sería el dividir la viga y considerar la masa de cada tramo aplicada en un punto. De esta manera el número de puntos de interés disminuirá proporcional al número de tramos divididos. Supongamos que dividimos la viga en tres tramos.

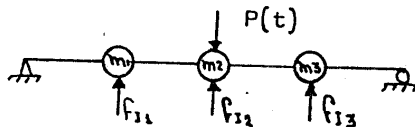


Fig. 3.2

El número de desplazamientos que se considerarán importantes en el análisis, son los necesarios para definir la posición de la estructura en cualquier instante. Estos desplazamientos se definen como los grados de libertad de la estructura. En el caso de la viga, si se considera que solo son importantes los desplazamientos verticales, se tendrá un sistema de 3 grados de libertad. Ahora, si se considera que los tres puntos pueden girar en el plano, se tendrán 6 grados de libertad. Si los desplazamientos axiales son significativos, serán 9 grados de libertad y así sucesivamente, hasta suponer la estructura se puede deformar en las tres dimensiones, en cuyo caso, cada masa tendrá 6 grados de libertad y el sistema tendrá 18.

La selección del número de grados de libertad, depende de el número de efectos que sean importantes en la respuesta o del refinamiento que se desee en el análisis.

Para cualquier estructura, dependiendo de sus características y estructuración, será el modelo que se utilice.

En edificios, los tipos de estructuración mas usados para resistir las fuerzas sísmicas, son los siguientes:

Marcos rígidos, formados por trabes y columnas.

Marcos contraventeados o con muros de relleno.

Muros de concreto o de mampostería de tabique.

Combinación de los anteriores.

Las estructuras a base de marcos rígidos, son el caso más usual en edificios altos y para este tipo de estructuración, el modelo mas congruente es el sistema masa-resorte. En este modelo, la rigidez de cada resorte corresponde en la estructura a la rigidez del entrepiso representado. Las masas del modelo corresponden a la masa de la estructura que se considera concentrada en los pisos.

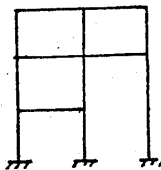
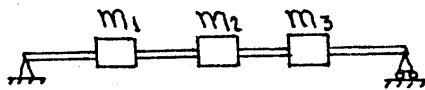
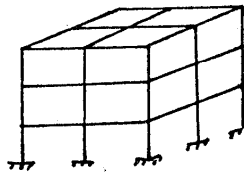
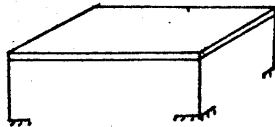
Para estructuras a base de muros o marcos contraventeados, ya no se puede hablar de rigidez de entrepiso. En este caso, la respuesta depende en gran medida de la distribución de fuerzas cortantes que se tengan. En un mismo entrepiso se pueden obtener deformaciones muy diferentes para la misma fuerza cortante; se logra, variando la distribución de esa fuerza arriba o abajo del entrepiso considerado. En este caso, el modelo mejor será el considerar que el sistema trabaje como una gran viga en voladizo que tendrá deformaciones tanto por flexión, como por cortante.

Así, para cada tipo especial de estructura, se buscará el modelo que pueda representar mejor el comportamiento dinámico de dicha estructura. Por ejemplo; un puente, se puede representar como un -

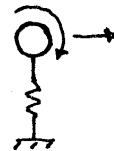
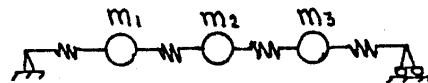
sistema continuo o como masas concentradas en ciertos puntos. Otros tipos especiales serían las chimeneas, péndulos invertidos, etc.

A continuación se presentan una serie de estructuras y sus modelos:

Estructura.



Modelo.

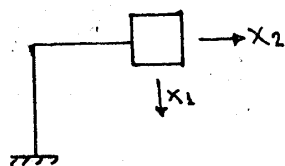


DEFINICIONES.

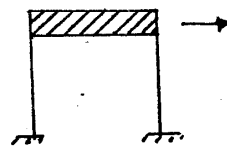
GRADO DE LIBERTAD.— Se define como grado de libertad, a cada parámetro que se necesita fijar para definir la configuración de un sistema.

Los modelos masa-resorte en los cuales cada masa representa un piso, si solo se consideran importantes los desplazamientos horizontales, forman un sistema con tantos grados de libertad, como pisos se tengan.

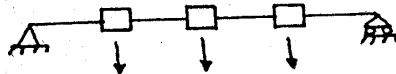
A continuación se presentan algunos casos y el respectivo grado:



2 grados.



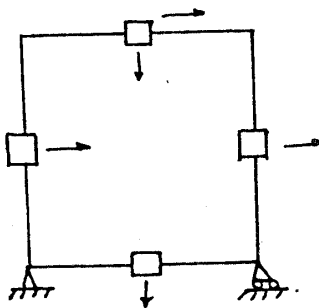
1 grado.



3 grados.



Infinitos grados.



5 grados.

MODO DE VIBRAR.— Toda estructura elástica no amortiguada con varios grados de libertad, puede vibrar libremente como respuesta — a un impulso, en una forma que el desplazamiento de cada una de sus masas con respecto a la posición de equilibrio estático, se puede — representar como una función de las masas con respecto al tiempo. — Cuando una función define el movimiento de todas las masas, se dice que es un modo de vibrar y existen tantos modos de vibrar como grados de libertad se tengan.

$$x_i(t) = X_i \theta(t) \quad (3-1)$$

x_i = Desplazamiento de masa i con ^{respecto} ~~respuesta~~ a su posición de equilibrio estático en el tiempo t .

X_i = Función que depende del punto considerado: Al conjunto ordenado de valores X_i se llama forma del modo.

θ = Función del tiempo, independiente de i

PERIODO NATURAL.— Es el tiempo que transcurre para que la función cíclica que define los modos naturales de vibración se vuelva a repetir, se define como $T = 2\pi/\omega$ donde ω se llamará frecuencia natural circular.

VIBRACIONES LIBRES.— Se les llama vibraciones libres de una — estructura a las que ésta experimenta sin que haya una fuerza exterior que actúe sobre ella.

MATRIZ DE RIGIDEZ.— Es el conjunto ordenado de las fuerzas — que aparecen cuando se desplazan en cantidades unitarias, cada uno de los puntos definidos como grados de libertad, en forma ordenada, mientras los otros puntos permanecen fijos. Las rigideces se —

definen como K_{ij} y representará la fuerza exterior que actúa sobre la masa i , cuando se produce un desplazamiento unitario en la masa j .

MATRIZ DE FLEXIBILIDADES.— Flexibilidad es el inverso de rigidez y se entiende como matriz de flexibilidad, al conjunto ordenado de los valores de los desplazamientos en cada una de las masas en las direcciones que se definen en sus respectivos grados de libertad, cuando se aplican sucesivamente fuerzas unitarias en cada grado de libertad.

MÉTODOS APROXIMADOS DE DISEÑO.

Para desarrollar el análisis estructural de una estructura, es necesario conocer en forma mas o menos precisa las solicitaciones a las que se verá sometida en su vida útil y las dimensiones de sus miembros.

Al iniciar el diseño, ambas condiciones se conocen solo aproximadamente, pues mientras el dimensionamiento depende de las cargas y el comportamiento estructural requerido, estas cargas están afectadas por las dimensiones escogidas.

Lo anterior sugiere un proceso cíclico para mejorar el cálculo inicial y esto se hace ayudado por métodos aproximados de diseño. Solo al final se hace un cálculo mas refinado por medio de métodos "exactos" de diseño.

La precisión en el cálculo preliminar, depende de la importancia de la estructura y de la seguridad en las cargas supuestas para el análisis; estas cargas serán las que actuarán durante la vida útil. Por lo general, resulta innecesario un refinamiento excesivo,

éste no mejorará apreciablemente lo obtenido en un cálculo realista que tome en cuenta la aleatoriedad, tanto de las cargas, como - del comportamiento obtenido en cualquier método de análisis. Todos se basan en simplificaciones del comportamiento real de las estructuras.

Para el cálculo preliminar, como se mencionó anteriormente, - se utilizan los llamados métodos aproximados de diseño, los cuales se basan en hipótesis simplificadoras del comportamiento real. - Estas hipótesis son distintas para cada método, por lo tanto, cada uno de ellos se aplica o dá mejores resultados en aquellas estructuras que tengan un comportamiento congruente con la hipótesis del método.

Estos métodos sirven para obtener aproximaciones de los elementos mecánicos en un marco que se encuentra sujeto a fuerzas laterales que pueden ser debidas al viento, sismo ó cualquier otra - sollicitación.

A los elementos mecánicos debidos a las fuerzas laterales, se les suman una aproximación de los efectos de las cargas verticales. Con los valores obtenidos, se efectúa el primer prediseño, éste - servirá para repetir el proceso o para pasar al análisis más exacto, ya sea de comportamiento sísmico o estructural en general.

Entre los métodos aproximados de diseño, entre otros, se encuentran los siguientes:

METODO DEL PORTAL.

METODO DEL VOLADIZO.

METODO DE BOWMAN.

METODO DEL FACTOR.

Ver: "Folleto complementario de Diseño Sísmico de Estructuras"
Emilio Rosenblueth y Luis Esteve.

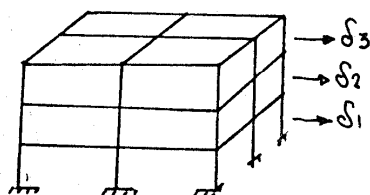
RIGIDEZ DEL ENTREPISO.

Para obtener la distribución de las fuerzas cortantes sísmicas en una estructura, en base al análisis del modelo seleccionado, es necesario calcular la rigidez de entrepiso en todos sus niveles.

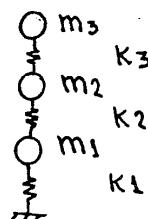
La rigidez de entrepiso se define como la relación entre la fuerza cortante resistida por un marco, muro o contraviento, en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles consecutivos.

La rigidez así definida, depende del sistema de fuerzas laterales seleccionado.

Se obtiene el valor exacto si se conoce el sistema de fuerzas con anterioridad al análisis, lo que en general no es posible. Sin embargo, para marcos ordinarios, la selección del sistema de cargas puede variar del definitivo en poco y la rigidez obtenida es una aproximación aceptable. Donde no se presenta este caso, es en muros, contravientos y ciertos marcos, donde es necesario tener en cuenta que la selección de cargas hecha es importante, además en estos casos se debe considerar la variación de la carga lateral.



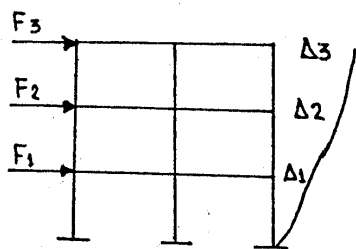
Estructura.



Modelo.

En este modelo K_1 , K_2 y K_3 , corresponden a la rigidez de entrepisos y para valuarla existen varios métodos como son los métodos aproximados (ver folleto complementario), fórmulas de Wilbur, pero la manera mas exacta de valuar este parámetro es por medio de un programa de computadora que analice estructuras estáticamente, en el cual se incluyan todos los efectos que pueden ser importantes.

En el programa se obtiene, en forma indirecta, la rigidez de entrepiso, pues éste obtiene los desplazamientos en cada nivel debido a un determinado sistema de cargas y la rigidez se obtiene aplicando su definición.



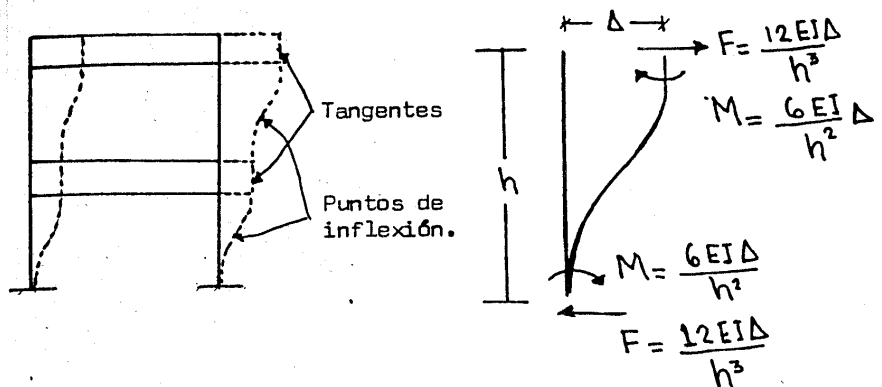
$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{F_1 + F_2 + F_3}{\Delta_1} \\ K_2 &= \frac{F_2 + F_3}{\Delta_2 - \Delta_1} \\ K_3 &= \frac{F_3}{\Delta_3 - \Delta_2} \end{aligned} \quad (3-2)$$

La manera más sencilla de obtener la rigidez de entrepiso, es suponer una rigidez infinita del sistema de piso y trabes, en comparación con la rigidez de las columnas o elementos del entrepiso. En esta condición, las tangentes a la elástica en los entrepisos es vertical y se forma el punto de inflexión en el centro de cada tramo.

Esto no es del todo cierto y la evaluación de esta manera nos da una cota superior de la rigidez de entrepiso. El valor obtenido es mas exacto entre mas aumente la relación de rigidez de trabes a la rigidez de columnas.

Para columnas de sección constante, la evaluación de la rigi-

dez con esta suposición, es de la siguiente manera:



$$R = \frac{V}{\Delta} = \frac{12E}{h^3} \sum I_i \quad (3-3)$$

donde:

$\sum I_i$ = Suma de momentos de inercia de columnas con respecto a su eje de flexión.

h = Longitud o altura de entrepiso.

Δ = Desplazamiento lateral relativo entre dos niveles consecutivos.

En la mayoría de las estructuras, los nudos girarán y esto redundará en una disminución de la rigidez calculada.

Para valuar la rigidez de entrepiso haciendo consideraciones distintas a la de suponer rigidez infinita del sistema de piso, - se pueden utilizar los métodos aproximados; entre los más conocidos se encuentra el de las fórmulas de Wilbur, en el cual se hacen las siguientes hipótesis:

- a) Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes, son iguales (excepto en el nivel de desplante, donde puede suponerse articulación o empotramiento).

- b) Las fuerzas cortantes en los entrepisos adyacentes al -
que interesa, son iguales a la que se tiene en éste.

De estas hipótesis, resultan las siguientes expresiones:

Para el primer entrepiso.

Suponiendo columnas empotradas en la cimentación.

$$R_1 = \frac{48 E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t,1} + \frac{\sum K_{c,1}}{12}} \right]} \quad (3-4)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación.

$$R_1 = \frac{24 E}{h_1 \left[\frac{8h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum K_{t,1}} \right]} \quad (3-5)$$

Para el segundo entrepiso.

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación.

$$R_2 = \frac{48 E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t,1} + \frac{\sum K_{c,1}}{12}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum K_{t,2}} \right]} \quad (3-6)$$

Suponiendo las columnas ^{articuladas} empotradas en la cimentación.

$$R_2 = \frac{48 E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum K_{t,2}} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum K_{t,1}} \right]} \quad (3-7)$$

Para pisos intermedios.

$$R_n = \frac{48 E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum K_{cn}} + \frac{h_m + h_n}{\sum K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{tn}} \right]} \quad (3-8)$$

En estas ecuaciones:

- R_n = Rigidez del entrepiso en cuestión.
 K_{tn} = Rigidez (I/L) de trabes del nivel sobre el entrepiso N.
 m, n, o = Indices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba.
 h_n = Altura del entrepiso n

Entre los factores que se desprecian en el cálculo de la rigidez de entrepisos de marcos, se encuentran los siguientes:

- a) La influencia de la fuerza normal en columnas. Mientras la relación altura-ancho de los marcos sea menor que 5 aproximadamente, el efecto de alargamiento o acortamiento en columnas puede ser despreciable. Este efecto puede ser fácilmente incluido en un programa para computadora.
- b) Efectos de esbeltez. Para marcos esbeltos, puede ser importante el efecto de cargas verticales al obrar sobre los desplazamientos horizontales (efecto P- Δ). En general, tiende a disminuir la rigidez de los marcos, pero para los casos de fuerzas por sismo, este efecto se compensa al cambiar de dirección la fuerza sísmica. Los reglamentos limitan los desplazamientos horizontales a valores relativamente pequeños, lo que hace que este efecto sea más leve.

- c) Efectos de comportamiento inelástico. Cuando los esfuerzos aumentan de manera que se presente el comportamiento plástico, sucede la deterioración de la rigidez a mayor número de articulaciones plásticas, lo que hace que se presenten grandes desplazamientos horizontales. A este nivel de deformaciones, el efecto $P - \Delta$ es importante.