$$K \, \partial^2 u/\partial x^2 = \partial u/\partial t \qquad \text{----(12)}$$

donde $K = k/(\rho C)$, C es el calor especifico, ρ es la densidad -- del material y k es la conductividad termica. Una ecuacion simi lar describe al problema de flujo potencial en un medio poroso sa turado.

Ecuaciones Elipticas.

Las ecuaciones diferenciales parciales elipticas son caracteriza- das por un discriminante negativo donde se encuentre en la region sobre la cual se define la ecuacion. En contraste con las ecua- ciones parabolicas e hiperbolicas, las cuales son propagadas en - un dominio abierto, las ecuaciones elipticas requieren condicio-- nes de frontera especificadas sobre una frontera cerrada de la re gion B. Ya sea la funcion <u>, su derivada normal o una combina cion de la funcion y su derivada normal debe ser especificada pa- ra asegurar una solucion unica.

Una importante ecuacion de este tipo es la ecuacion de Laplace la cual describe la distribucion de temperatura en estado estableci- do en un espacio bi-dimensional:

$$\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2 = 0 \qquad \text{----(13)}$$

La expresion equivalente introduciendo al sistema una fuente de - calor es llamada ecuacion de Poisson y tiene la forma:

$$\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2 = f(x,y) \qquad \text{----(14)}$$

OPERACIONES MATRICIALES RELACIONADAS CON EL ELEMENTO FINITO.

Notacion Matricial.

La aplicacion de tecnicas de analisis numerico a la solucion de - cuaciones diferenciales parciales genera grandes sistemas de ecua ciones algebraicas. Un ejemplo tipico de <n> ecuaciones con <m> incognitas tendria la forma:

$$\begin{array}{l} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1m} x_m = b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \dots + a_{2m} x_m = b_2 \\ \qquad \vdots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + a_{n3} x_3 + \dots + a_{nm} x_m = b_n \end{array} \qquad \text{----(15)}$$

donde x_i, $i=1,2,3,\dots,m$ son parametros incognitas;
b_i, $i=1,2,3,\dots,n$ son valores conocidos y
a_{ij} son coeficientes conocidos.

Lo anterior puede ser escrito en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots & a_{2m} \\ & \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} \qquad \text{----(16)}$$

Y se puede representar como:

$$[A] \{X\} = \{B\}$$

Definiciones.

Matriz.- Una matriz (n x m) es un arreglo rectangular de nume-- ros en la forma:

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ldots & a_{2m} \\ & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

con <n> renglones y <m> columnas.

Matriz Cuadrada.- Se conoce asi a una matriz cuyo numero de renglones es igual a su numero de columnas (n=m).

Matriz Simetrica.- Esta es una matriz cuadrada cuyos elementos son simetricos con respecto a la diagonal, es decir -- $a_{ij} = a_{ji}$.

Matriz Simetrica Seggada.- Se conoce asi a una matriz con simetria negativa, es decir: $a_{ij} = -a_{ji}$ para todo $i \neq j$.

Matriz Diagonal.- Es una matriz cuadrada con elementos no cero solamente en la diagonal, $a_{ij} = 0$ para todo $i \neq j$.

Matriz Identidad.- Es una matriz diagonal con los elementos en la diagonal iguales a la unidad, $a_{ij} = 0$ para todo $i \neq j$ y $a_{ij} = 1$ para todo $i = j$. (Matriz Unidad)

Matriz Triangular.- Son matrices cuyos elementos son cero ya -- sea sobre o bajo la diagonal, conociendose como matriz triangular superior e inferior respectivamente.

Matriz Conjugada.- Esta matriz es obtenida por reemplazar cada elemento de la matriz por su conjugado complejo. Ademas, si [A] tiene elementos a_{ij} todos ellos reales, la matriz conjugada denotada por [A]* es igual a [A].

Matriz Transpuesta.- Esta matriz denotada por $[A]^T$, es obtenida por intercambiar en [A] sus renglones y columnas, - esto es, $a^T_{ij} = a_{ji}$.

Matriz Hermitana.- es una matriz cuya transpuesta es su conju-- gada. Asi, si todos los elementos de [A] son reales, [A] es hermitana si y solo si es simetrica.

Operaciones Matriciales.

Adicion Matricial.- Dos matrices se pueden sumar (o restar) si si tienen las mismas dimensiones. Si [C]=[A]+[B] entonces $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ para todo i y j.

$$\underset{(m,n)}{[C]} = \underset{(m,n)}{[A]} + \underset{(m,n)}{[B]} = \underset{(m,n)}{[A+B]}$$

Multiplicacion Matricial.- Una matriz [A] puede ser multiplicada por una matriz [B] para formar el producto [A][B] solo si el numero de columnas en [A] es igual al numero de renglones en [B].

$$\underset{(n,m)}{[A]} \; \underset{(m,r)}{[B]} = \underset{(n,r)}{[C]}$$

donde:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik} \, b_{kj} \quad (i=1,2,\ldots,n; j=1,2,\ldots,r)$$

Es importante notar que la ley de conmutatividad no es es valida para multiplicaion matricial:

[A][B] = [B][A]

Determinante de una Matriz.- Existen varios metodos para obte-- ner el determinante de una matriz (definido solo para