munes para cada numero. Alternativamente, la diferencia (b-c) debe ser computada primero, para evitar estas dificultades. Hay ecuaciones donde las propiedades de una funcion deben ser utilizadas para evitar perdidas de cifras significantes debido a la resta. Cuando los argumentos <a> y <b> son casi iguales, sera ventajoso reemplazar:

a) log (b) - log (a) por log (b/a)
b) sen (b) - sen (a) por 2 sen [1/2 (b-a)] cos [1/2 (a+b)]
c) b - a por (b-a)(a + b).

VALOR INICIAL Y VALOR DE FRONTERA.

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Considere una ecuacion diferencial ordinaria de orden <n> de la forma:

$$F[x, y(x), dy(x)/dx, d^2y(x)/dx^2, \ldots, d^ny(x)/dx^n]=0 \qquad \text{-------}(5)$$

donde $y(x)$ es una funcion real. La solucion general de esta ecuacion normalmente depende de los <n> parametros $c_1, c_2, \ldots, c_n$. En un problema de valor inicial esos parametros son determinados a traves de la especificacion de los valores:

$$y_0^{(p)} = y^{(p)}(x_0) \qquad (p=0,1,2,\ldots,n-1) \qquad \text{-----}(6)$$

en el punto $x=x_0$. Cuando la especificacion de esas condiciones envuelve mas de un punto, el valor es clasificado como un problema de valor de frontera y las condiciones de frontera son de la forma:

$$\forall p[y(x_1), dy(x_1)/dx, \ldots, d^{(n-1)}y(x_1)/dx^{(n-1)}, y(x_2), dy(x_2)/dx,$$
$$\ldots, d^{(n-1)}y(x_2)/dx^{(n-1)}, \ldots y(x_k), dy(x_k)/dx, \ldots,$$
$$d^{(n-1)}y(x_k)/dx^{(n-1)}]=0 \qquad (p=0,1,2,\ldots,n-1) \qquad \text{--------}(7)$$

donde $(x_1<x_2<\ldots<x_k)$ son los puntos prescritos, los cuales pueden incluir $\pm\infty$ y; $d^{(p)}y(x_s)/dx^{(p)}$ denota el valor de la <p > derivada de $y(x)$ en el punto $x=x_s$. La solucion del problema del valor de frontera es obtenida cuando una funcion $y(x)$ se encuentra que satisfaga las ecuaciones (5) y (7). Se asume que F y $\forall p$ son funciones dadas que pueden ser lineales o no-lineales.

Cuando la ecuaçion diferencial es de orden n=2m, las condiciones de frontera pueden ser divididas en "esenciales" y "naturales". Las condiciones de frontera naturales son generadas por formar tantas como sea posible, combinaciones linealmente independientes de las 2m condiciones de frontera dadas, las cuales tienen derivadas de <mº> y mas alto grado. Si asi son obtenidas <k> condiciones de frontera, entonces tendremos (2m-k) condiciones de frontera linealmente independientes las cuales contienen solo derivadas de orden superior a (m-1); esas son llamadas condiciones de frontera esenciales.

Ecuaciones Diferenciales Parciales.

En las ecuaciones diferenciales parciales, el concepto anterior es extendido para considerar funciones de <n> variables independientes. Tomemos una funcion de la forma $u(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ que satisfaga la ecuacion diferencial parcial:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, u, \partial u/\partial x, \ldots, \partial u/\partial x_n, \partial^2 u/\partial x_1^2,$$

$$\partial^2 u/\partial x_1 \partial x_2, \ldots, \partial^2 u/\partial x_n^2, \ldots) = 0 \quad \text{en } B \qquad \text{------}(8)$$

con las condiciones de frontera:

$$\nabla_\mu (x_1, x_2, \ldots, x_n, u, \partial u/\partial x_1, \ldots, \partial u/\partial x_n, \partial^2 u/\partial x_1^2,$$
$$\partial^2 u/\partial x_1 \partial x_2, \ldots, \partial^2 u/\partial x_n^2, \ldots) = 0 \quad \text{en } \Gamma_\mu \qquad \text{------}(9)$$

donde B es una region dada en el espacio $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, Γ_μ son hipersuperficies de (n-1) dimensiones y F y ∇_μ son funciones dadas.

Las ecuaciones diferenciales lineales y casi-lineales representan importantes subgrupos de esta clase general de ecuaciones. Una ecuacion diferéncial parcial es llamado que sea lineal si, cuando ha sido racionalizada y limpia de fracciones, no potencias o productos de las funciones o sus derivadas parciales estan presentes. Si esto es cierto solamente que no potencias o productos de sus derivadas parciales de orden superior estan presentes, la ecuacion es llamada a ser casi-lineal. Asi por ejemplo, la ecuacion:

$$x(\partial z/\partial x) + y(\partial z/\partial y) = z$$

es una ecuacion lineal en z, de primer orden, mientras que:

$$z(\partial^2 z/\partial x^2) + (\partial z/\partial y)^2 = 0$$

es una ecuacion casi-lineal de segundo orden.

Un problema de valor de frontera es llamado lineal cuando la ecuacion diferencial y las condiciones de frontera son lineales.

Para el caso de coeficientes constantes, los conceptos de problema de valor inicial y de frontera mencionados anteriormente, son aplicados a las ecuaciones diferenciales parciales. Los coeficientes variables complican la situacion considerablemente debido a que las ecuaciones pueden cambiar sus propiedades generales dentro de la region B.

Clasificacion de las Ecuaciones Diferenciales Parciales.

Las ecuaciones diferenciales parciales son clasificadas como parabolicas, hiperbolicas o elipticas, basados en las propiedades de las ecuaciones. La aplicacion del metodo de solucion empleado depende generalmente del tipo de ecuacion a resolver. Por ejemplo, el metodo de las caracteristicas, generalmente se aplica a ecuaciones hiperbolicas; mientras que las ecuaciones parabolicas son resueltas con metodos de diferencias finitas.

La clasificacion de las ecuaciones diferenciales parciales es formalmente desarrollada utilizando la teoria de caracteristicas. Los elementos esenciales del procedimiento pueden ser resumidos por considerar una ecuacion diferencial parcial de segundo orden en funcion de <u> para las dos variables independientes <x> y <y> tal que:

$$a(x,y)\,\partial^2 u/\partial x^2 + b(x,y)\,\partial^2 u/\partial x \partial y + c(x,y)\,\partial^2 u/\partial y^2$$
$$+ f(x,y,u,\partial u/\partial x, \partial u/\partial y) = 0 \qquad \text{--------}(10)$$

la cual puede ser lineal o casi-lineal. La ecuacion (10) puede ser clasificada como hiperbolica, parabolica o eliptica en una region B cuando el discriminante $\langle b^2 - 4ac\rangle$ es positivo, cero o ne gativo respectivamente. Debido a que los coeficientes <a>, <b> y <c> son en general, funciones de variables independientes, la clasificacion de una ecuacion puede cambiar a diferentes localizaciones dentro de la region B en la cual esta definida.

Ecuaciones Hiperbolicas.
Una ecuacion diferencial parcial hiperbolica definida en la region B es caracterizada por tener un discriminante positivo donde se encuentre dentro de B. Las ecuaciones de este tipo requieren ambas condiciones iniciales y de frontera (fig. 15).

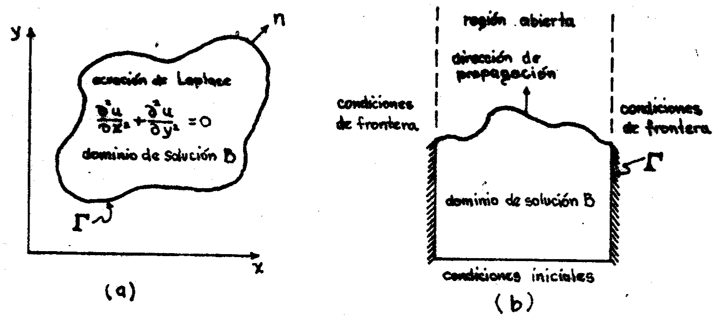

fig15. representación esquemática del dominio de solución.
(a) problema elíptico.
(b) problema parabólico o hiperbólico.

Las condiciones iniciales son los valores de la funcion <u> y es la primera derivada en tiempo definida en algun instante t . — Las condiciones de frontera pueden consistir del valor de la funcion (tipo Dirichlet), su derivada normal (tipo Newmann) o una — combinacion de la funcion y su derivada normal (tipo mixto) en la region de definicion.

Una ecuacion de este tipo es la ecuacion unidimensional de onda, la cual describe la velocidad longitudinal <u> del agua en un canal con una onda que es generada en un extremo:

$$a^2 \partial^2 u/\partial x^2 = \partial^2 u/\partial t^2 \qquad ---(11)$$

donde <a> es la celeridad de la onda.

Ecuaciones Parabolicas.
Una ecuacion diferencial parcial parabolica es caracterizada por un determinante igual a cero en todos los puntos dentro de la region B sobre la cual se define la ecuacion. Los valores iniciales y de frontera son requeridos para situar apropiadamente el — problema (fig. 15). El valor inicial consiste de la funcion <u> definida en algun tiempo t_o; y las condicones de frontera son, ya sea el valor de la funcion, su derivada normal o una combinacion lineal de la funcion y su derivada normal sobre la frontera. — Una ecuacion de este tipo es la ecuacion de flujo de calor unidimensional: