Paso 8. Interpretacion de resultados.
El objetivo final y mas importante es el de reducir los resultados del uso del metodo del elemento finito a una forma que pueda ser facilmente utilizada para el analisis y diseno. Los resultados, generalmente son obtenidos como una salida impresa de una computadora. Entonces, debemos seleccionar secciones criticas del cuerpo y graficar los valores a lo largo de ellas, o tambien podemos tabular los resultados.

APROXIMACIONES, ERRORES Y CIFRAS SIGNIFICANTES.
En un analisis numerico nosotros damos informacion acerca de una funcion, a la que llamamos $f(x)$, y deseamos obtener informacion adicional, la cual hara a la funcion mas apropiada para un objetivo especifico. Usualmente $f(x)$ se asume conocida o se requiere que sea continua sobre un rango especifico. Para obtener la informacion adicional que se requiere sobre $f(x)$, un conjunto de $(n+1)$ funciones coordenadas $w_0(x)$, $w_1(x)$, ..., $w_n(x)$ son seleccionadas a tener propiedades que nos permitan extraer tal informacion facilmente. Si la funcion $f(x)$ es un miembro del conjunto <Sn> generado por combinaciones lineales de esas funciones coordenadas, entonces, la informacion obtenida sera exactamente representativa del comportamiento de $f(x)$. En el caso de que $f(x)$ no este representada en <Sn>, debemos seleccionar de ese conjunto, uno llamado $y(x)$, el cual sera tan cercano como sea posible a $f(x)$. La funcion $f(x)$ es entonces aproximada por la funcion seleccionada $y(x)$. Informacion adicional sobre $f(x)$, la cual no fue empleada al seleccionar $y(x)$, es ahora introducida para estimar el error asociado con esta aproximacion.

Cuando la funcion $f(x)$ que sera aproximada, es continua y el intervalo de aproximacion es finito, generalmente son mas usadas las aproximaciones polinomiales. Los polinomios algebraicos de grado <n> descritos por las $(n+1)$ funciones: $1, x', x^2, \ldots, x^n$ no son facilmente integradas y diferenciadas, pero generan un conjunto <Sn> de funciones las cuales contendran al menos un miembro que se aproxime a $f(x)$ dentro de una tolerancia especificada. Agregados a los errores introducidos a traves de la aproximacion de $f(x)$ por la funcion citada $y(x)$, los cuales son llamados errores de truncacion, tambien son generados los errores de redondeo. Estos creados por aproximar con <n> digitos correctos un miembro que requiere mas de <n> digitos que sean especificados correctamente. Para ilustrar esos dos tipos de errores, consideremos un ejemplo:
Considere una funcion $f(x)=\exp(-x)$ la cual puede ser aproximada en una region cerca de un punto <a> por la serie infinita de Taylor:

$$f(x)= f(a)+\frac{df(a)/dx}{1!}(x-a)+\frac{d^2f(a)/dx^2}{2!}(x-a)^2+\cdots+\frac{d^nf(a)/dx^n}{n!}(x-a)^n$$

Cuando solo se consideran <n> terminos, el error de la aproxima--cion esta dado por:

$$E_\xi = \frac{d^n f(\xi)/dx^n}{n!}(x-a)^n$$

donde ξ es algun numero entre <a> y <x>. Por ejemplo si <a>=0, la aproximacion al cuarto termino para exp(-x) usando la serie de Taylor esta dada por:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + E_\xi(x)$$

donde:

$$E_\xi = \frac{1}{24}e^{-\xi}x^4 \qquad (\xi \text{ entre } 0 \text{ y } x)$$

Si <x> es positivo ξ es tambien positivo y exp($-\xi$)<1; consecuentemente el error de truncacion debe ser menor que $\frac{1}{24}x^4$. Especificamente, si <x> es seleccionado como 1/3

exp(-1/3) $\approx$ 1- 1/3 +1/18 -1/162 = 116/162

con un error de truncacion de 0.00036<= E_ξ <=0.00052 dependiendo del valor de ξ . Redondeando 116/162 a cuatro cifras significantes nos da 0.7160 donde el error adicional introducido por el redondeo es 4.9 x 10**(-5). Consecuentemente la aproximacion de exp(-1/3) = 0.7160 tiene un error total de magnitud menor que --- 5.7 x 10**(-4) el cual es la suma del error de truncacion ------- 5.2 x 10**(-4) y el error de redondeo 4.9 x 10**(-5). La magnitud del error de redondeo puede ser reducida arbitrariamente por agregar digitos; y el error de truncacion puede ser reducido por tomar terminos adicionales de la expansion convergente de Taylor para exp(-x) alrededor de x=0. Debido a que estamos forzados a representar las cantidades por un numero finito de digitos, alguna consideracion adicional debe ser dada al proceso de redondeo.

Redondear un numero consiste en reemplazar la cantidad por una aproximacion de <m> digitos con minimo error. Esto es un contraste con la truncacion o corte donde se toman los <m> primeros digitos y los restantes se descartan.

Una de las principales fuentes de error encontrada en la aplicacion de los metodos numericos es la perdida de cifras significantes en sustracciones. Es posible, si es ventajoso, arreglar calculos para evitar tales operaciones. Cuando son necesarias, algun cuidado debe ser tomado al disenar la secuencia de operaciones. Considere por ejemplo el problema de calcular:

ab - ac = a (b-c)

donde <b> y <c> son casi iguales. En este caso, una decision para calcular el producto primero, seguido por la resta, nos llevara a perder cifras significantes si muchos de esos digitos son co