IV.- EJEMPLO

Es imposible considerar con detalle las posibles aplicaciones de los procedimientos, generales discutidos anteriormente para examinar los procesos de transferencia. Se da aquí un ejemplo que nos producirá alguna idea de la utilidad de estos métodos generales así como del alcance de sus aplicaciones.

DERIVACION DE LA ECUACION DE BERNOULLI CUANDO ESTAN PRESENTES CAMPOS MAGNETICOS.- La ecuación de Bernoulli es ampliamente usada en los estudios de flujo de fluidos. En vista de la creciente importancia de los procesos que ocurren en presencia de campos magnéticos, vamos a derivar un a forma análoga à la ecuación de Bernoulli para este tipo de situación.

Empezaremos con la ecuación de movimiento (Ecuación 4c)y asumimos que las fuerzas viscosas pueden ignorarse para obtener la ecuación de Euler, que para el caso de estado estable es,

$$\rho(v\cdot\nabla v) = -\nabla \mathcal{P} + \rho_e E_e + \mu_e\,(I \times H_e) \qquad (Ia)$$

Se asume que el efecto del campo eléctrico es pequeño (fluido altamente conductor), así que $\rho_e E_e$ pueda ignorarse. En seguida, asumimos que el flujo es irrotacional ($\nabla\times V$)=0 Luego, sustituyendo la identidad vectorial

$$v\cdot\nabla v = \nabla \tfrac{1}{2} v^2 - v \times [\nabla \times v]$$

escribimos la ecuación Ia como

$$\nabla \tfrac{1}{2}\rho v^2 = -\nabla \mathcal{P} + \mu_e\,(I \times H_e) \qquad (Ib)$$

Consideramos que el flujo ocurre solamente en la dirección X. Entonces,

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}\rho v^2\right) = \frac{-d}{dx}\mathcal{P} + \mu_e\,(I \times H_e)_x \qquad (Ic)$$

Finalmente, asuminos que el campo magnético es aplicado transversalmente a la dirección del flujo; o sea, $H_y = 0,\ H_x = 0,\ H_z \neq 0$

De las relaciones de Maxwell

$$I = \frac{1}{\mu_e}(\nabla \times B)$$

donde $B = \mu_e H_e$

$$I_y = + \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right]$$

$$\mu_e \left[I \times H_e \right]_x = \mu_e \frac{dH_z}{dx} H_z = \mu_e \frac{d \frac{1}{2} H_z^2}{dx} =$$

$$\frac{1}{\mu_e} \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2} B_z^2 \right)$$

la ecuación 1b puede escribirse para la dirección x, así

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) + \frac{d}{dx}(P) + \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\frac{B_z^2}{\mu_e}\right) = 0 \qquad (Id)$$

Integrando,

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + P + \rho g h + \frac{B_z^2}{2\mu_e} = \text{CONSTANTE} \qquad (Ie)$$

la cual es la ecuación análoga a la de Bernoulli para esta situación. El nuevo término, $B_z^2/2\mu_e$, significa una presión adicional surgida en el fluido como resultado de la aplicación de un campo magnético transversal, $H_z = B_z/\mu_e$; este puede dar lugar a un número de efectos interesantes.

Recientemente Bopp mostró como la ecuación de movimiento incluyendo los términos eléctricos y magnéticos puede aplicarse al estudio de varios procesos de flujo magnetohidrodinámicos y al análisis de algunos fenómenos de electroosmosis.