

II.- DERIVACION DE LAS ECUACIONES GENERALES DE TRANSFERENCIA

1.- SIMILITUD ENTRE LOS PROCESOS DE TRANSFERENCIA. Como

una ilustración preliminar de las similitudes fundamentales entre los procesos de transferencia, consideremos el caso sencillo de la transferencia "molecular" en estado estable y flujo unidimensional de alguna propiedad general P, que puede representar la masa de un componente, el momentum, la energía, etc., por unidad de volumen del fluido. Podemos escribir:

$$\text{(Flujo de la propiedad)} = - (\text{difusividad de la propiedad}) X \left[\begin{array}{l} \text{gradiente de concentración de la} \\ \text{propiedad en la dirección de la} \\ \text{transferencia (o "fuerza directora")} \end{array} \right]$$

donde el flujo de la propiedad es definida como la cantidad de la propiedad (masa, momentum, calor, etc.) transferida por unidad de tiempo por unidad de área normal a la dirección de la transferencia, y la "fuerza directora" es expresada en términos del gradiente de concentración de la propiedad.

La Tabla I muestra las formas asumidas por el flujo, la difusividad, la fuerza directora, y la expresión general cuando la cantidad que se transfiere es el calor, la masa, el momentum o la carga eléctrica. Para ilustrar, también se dan las unidades en esta tabla, cualquier sistema compatible de unidades basado en las cantidades fundamentales registrado en la Nomenclatura puede usarse.

Las familiares ecuaciones de velocidad para conducción de calor molecular (ley de Fourier), difusión molecular (primera ley de Fick), flujo viscoso (ley de Newton de la viscosidad), y conduc-

TABLA I. TRANSFERENCIA DE CALOR, MASA, MOMENTUM Y CARGA ELECTRICA EN LA DIRECCION X

PROPIEDAD / UNIDAD DE VOLUMEN	FLUJO	DIFUSIVIDAD	FUERZA DIRECTORA =	LEY (PROPIEDADES FISICAS VARIABLES)	LEY (PROPIEDADES FISICAS CONSTANTES)
Calor, $\frac{(BTU)}{ft^3}$	Flujo de calor, $q_x, BTU/hr, ft^2$	Difusividad térmica, $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}, ft^2/hr$	Gradiente de concentración de calor, $\frac{d(\rho C_p T)}{dx}, d(BTU/ft^3)/dx$	$q_x = -\alpha \frac{d(\rho C_p T)}{dx}$	$q_x = -k \frac{dT}{dx}$, Ley de Fourier (conducción de calor)
Masa del Componente A, $\frac{(lb)}{ft^3}$	Flujo de masa, $(\bar{J}_A)_x, lb/hr, ft^2$	Difusividad molecular, $D, ft^2/hr$	Gradiente de concentración de masa, $\frac{d(\rho W_A)}{dx}, d(lb/ft^3)/dx$	$(\bar{J}_A)_x = -D \frac{d(\rho W_A)}{dx}$	$(\bar{J}_A)_x = -D \frac{dW_A}{dx}$, Primera ley de Fick, (difusión molecular)
Momentum y (Masa X velocidad) en la dirección X $\frac{(lb-ft/hr)}{ft^3}$	Flujo de momentum del componente Y, $(\tau_{yx})_x, \frac{lb-ft}{hr, ft^2}$	Difusividad viscosa, $\nu = \frac{\mu}{\rho}, ft^2/hr$	Gradiente de concentración de momentum $\frac{d(\rho v_x \rho)}{dx}, \frac{d[(lb-ft/hr)(lb-ft^3)]}{dx}$	$(\tau_{yx})_x = -\nu \frac{d(\rho v_x \rho)}{dx}$	$(\tau_{yx})_x = -\mu \frac{dv_x}{dx}$, Ley de Newton (Flujo viscoso)

TABLA I. CONTINUACION

<p>Carga eléctrica,^b coulombs m^3</p>	<p>Flujo de carga, (densidad de corriente eléctrica) = $\frac{\text{coulombs}}{\text{unidad de area} \cdot \text{de tiempo}}$ [amp)/(m²)]</p>	<p>Conductividad eléctrica,^b σ_e, mho/m</p>	<p>Resistencia al campo eléctrico, E_s^b = Gradiente de Potencial, - $\frac{dV'}{dx}$ Para un conductor uniforme y estacionario (V/m)</p>	<p>$I = \sigma_e E_s$ $= -\sigma_e \frac{dV'}{dx}$, Ley de Ohm (conducción eléctrica en un conductor uniforme y estacionario)</p>
---	---	--	---	---

^a. Expresiones similares se tienen para los componentes de momentos en X y Z.

^b. Unidades eléctricas comunes.

ción eléctrica (ley de Ohm) no son mas que casos especiales de las expresiones generales de velocidad.

Aunque las ecuaciones de conservación son similares, debido a que sus términos tienen el mismo significado físico, existen, sin embargo algunas diferencias matemáticas. Estas surgen debido a que el calor, la masa y la carga eléctrica son cantidades escalares -- [sus flujos son, por consiguiente, cantidades vectoriales (tensores de primer orden)], mientras que el momentum es una cantidad vectorial y su flujo es una cantidad tensorial de segundo orden.

En coordenadas cartesianas, la ecuación de transferencia de momentum, tiene componentes en X, Y, e Z, mientras que cada una de las otras ecuaciones de conservación toman la forma de una ecuación única. Si estas diferencias son tomadas en cuenta, es útil considerar cada componente de la ecuación de momentum de una manera similar a las otras ecuaciones de conservación, como se indica en la Tabla I.

2.- DERIVACION DE LAS ECUACIONES GENERALES DE CONSERVACION

PARA LA PROPIEDAD P. Los conceptos fundamentales de conservación de una propiedad intensiva, P, puede expresarse por unidad de volumen de un sistema como sigue:

$$(\text{Acumulación de P}) = (\text{entrada de P}) - (\text{salida de P})$$

Mas generalmente, los cambios en el tiempo pueden tomarse en cuenta considerando las velocidades de los varios procesos:

$$\begin{aligned} (\text{Velocidad de acumulación de P}) &= (\text{velocidad de entrada de P}) - \\ & \quad (\text{velocidad de salida de P}) = \\ & \quad (\text{velocidad neta de entrada de P}) \end{aligned}$$

Al establecer las ecuaciones generales de conservación para-

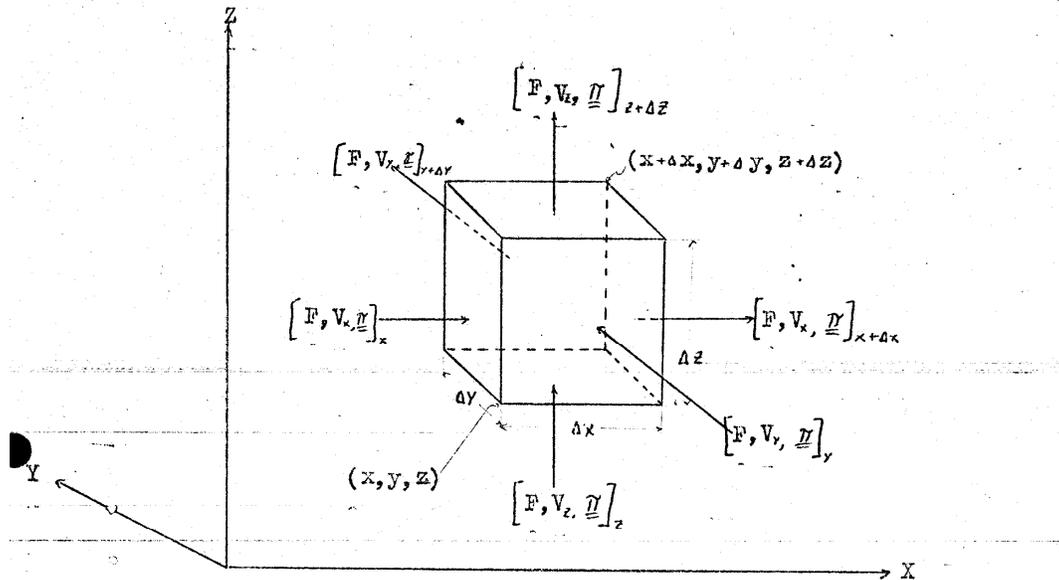


FIGURA 2. ELEMENTO IMAGINARIO FIJO EN EL ESPACIO
A TRAVES DEL CUAL FLUYE UN FLUIDO.

Consideremos separadamente cada uno de estos términos:

VELOCIDAD DE ACUMULACION DE LA PROPIEDAD. La velocidad de acumulación de la propiedad en un volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$, tal como el mostrado en la Figura 2, será simplemente la velocidad de cambio de la propiedad por unidad de volumen, multiplicado por el volumen de el elemento, o, en términos matemáticos,

$$\left[\frac{\partial P}{\partial t} \right] \cdot (\Delta x \Delta y \Delta z) \quad (1)$$

Velocidad de
acumulación /
unidad de volumen Volumen

VELOCIDAD NETA DE TRANSFERENCIA DE LA PROPIEDAD POR CONVECCION.

De la Figura 2, supongamos que P en las caras del área $\Delta y \Delta z$ tiene un valor de $P|_x$ en x y $P|_{x+\Delta x}$ en $x+\Delta x$. Aquí se asume que el elemento de volumen es lo suficientemente pequeño de tal manera que es válido tomar un valor constante sobre toda la cara y que el elemento es tan pequeño que la densidad másica global y otras propiedades físicas pueden suponerse constantes dentro del elemento en cualquier instante dado (aun cuando, por supuesto, puedan variar con el tiempo). A causa de que después haremos el elemento de volumen infinitamente pequeño, estas suposiciones son perfectamente válidas, con tal de que las propiedades del sistema puedan considerarse continuas. De la misma manera, la propiedad P en las caras del área $\Delta x \Delta z$ tendrá un valor $P|_y$ en y y $P|_{y+\Delta y}$ en $y+\Delta y$ y, en las correspondientes caras del área $\Delta x \Delta y$, será $P|_z$ en z y $P|_{z+\Delta z}$ en $z+\Delta z$.

Ahora si consideramos la velocidad de abastecimiento de la propiedad debido al flujo global en la dirección x a través de la cara $\Delta y \Delta z$ en x, esta puede escribirse como $(\Delta y \Delta z) v_x P|_x$. Semejantemente, la velocidad de eliminación de la propiedad en $x+\Delta x$ en la dirección x será $(\Delta y \Delta z) v_x P|_{x+\Delta x}$. La velocidad neta de transferencia de la propiedad al elemento de volumen debido al flujo global en la dirección x es entonces,

$$\frac{[(\Delta y \Delta z) v_x]}{\text{Volumen /}} \frac{[P|_x - P|_{x+\Delta x}]}{\text{Cantidad neta de P /}} \\ \text{unidad de} \quad \text{unidad de volumen} \\ \text{tiempo}$$

Por tanto, la velocidad de transferencia, neta, total, de la propiedad al elemento debido al flujo global en las 3 direcciones es,

$$\begin{aligned} & \left[(\Delta y \Delta z) v_x \right] \left[P|_x - P|_{x+\Delta x} \right] + \left[(\Delta x \Delta z) v_y \right] \left[P|_y - P|_{y+\Delta y} \right] + \\ & \left[(\Delta x \Delta y) v_z \right] \left[P|_z - P|_{z+\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (II)$$

VELOCIDAD NETA DE TRANSFERENCIA DE LA PROPIEDAD DEBIDO AL --
TRANSPORTE MOLECULAR.

Primeramente definiremos los flujos de la propiedad debido a la transferencia molecular como fue hecho en la ecuación II, que son las velocidades de transferencia de la propiedad por unidad de área. II, puede ser un tensor de segundo orden (9 elementos), cuando se trata con transferencia de momentum, o bien una cantidad vectorial (3 elementos) en cuanto a transporte de masa y energía. Una vez más, siguiendo el método general usado anteriormente, la cantidad de propiedad a través de la cara $\Delta y \Delta z$ por unidad de tiempo, en x y en la dirección x , será $(\Delta y \Delta z) II_{(x)}|_x$. $[II_{(x)}]$ representa el (lo s) componente (s) de II en la dirección x . La velocidad neta de transferencia de la propiedad al elemento en la dirección x , por transporte molecular es, por tanto,

$$(\Delta y \Delta z) \left[II_{(x)}|_x - II_{(x)}|_{x+\Delta x} \right]$$

Area

Cantidad de P /

unidad de área /

unidad de tiempo

De esta manera, la velocidad neta total de transferencia de la propiedad del elemento de volumen, debido a transporte molecular será

$$\begin{aligned} & \left[\Delta y \Delta z \right] \left[\Pi_{(x)} \Big|_x - \Pi_{(x)} \Big|_{x+\Delta x} \right] + \left[\Delta x \Delta z \right] \left[\Pi_{(y)} \Big|_y - \Pi_{(y)} \Big|_{y+\Delta y} \right] + \\ & \left[\Delta x \Delta y \right] \left[\Pi_{(z)} \Big|_z - \Pi_{(z)} \Big|_{z+\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (\text{III})$$

VELOCIDAD NETA DE GENERACION DE LA PROPIEDAD EN LA SUPERFICIE DEL ELEMENTO DE VOLUMEN. Este término representa la velocidad de producción de la propiedad en la superficie del elemento, debido a todas las fuerzas superficiales. Un ejemplo obvio aquí, es la fuerza de presión, la cual viene a ser la única fuerza de superficie importante discutida. Por tanto, tendremos que F , definida como la velocidad de generación de propiedad por unidad de área en la superficie de un elemento de volumen, aparecerá únicamente cuando estemos tratando con transferencia de momento y energía y esto debido a que la masa no puede ser producida por una fuerza de presión.

Aquí debemos recordar que estamos considerando las "superficies" de un elemento de volumen imaginariamente fijo dentro del fluido, y no necesariamente una superficie física actual (interfase).

Las condiciones que surjan en una superficie que presenta interfase deben ser tomadas en cuenta a través de las condiciones frontera impuestas en las ecuaciones de conservación que están siendo desarrolladas aquí.

De aquí se sigue que la generación neta total de la propiedad P en la superficie del elemento de volumen será ;

$$\begin{aligned} & \left[\Delta y \Delta z \right] \left[F \Big|_x - F \Big|_{x+\Delta x} \right] + \left[\Delta x \Delta z \right] \left[F \Big|_y - F \Big|_{y+\Delta y} \right] + \\ & \left[\Delta x \Delta y \right] \left[F \Big|_z - F \Big|_{z+\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV a})$$

VELOCIDAD NETA DE GENERACION DE PROPIEDAD DENTRO DEL ELEMENTO DE VOLUMEN. Sea G la velocidad de producción de la propiedad por unidad de volumen dentro del elemento. (En principio, el término fuente total, G puede consistir de varias partes, cada una de ellas representa una producción, de la propiedad, debida a diferentes razones, $G = G_1 + G_2 + \dots$). Entonces, la velocidad total de generación será

$$[G][\Delta x \Delta y \Delta z] \quad (\text{IV b})$$

Ahora que hemos considerado todos los términos, podemos escribir la ley general de conservación de propiedad para un elemento cartesiano de volumen finito en la siguiente forma matemática:

$$\frac{\partial P}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z =$$

(I) Acumulación

$$\left[\Delta y \Delta z \left(P|_x - P|_{x+\Delta x} \right) + \Delta x \Delta z \left(P|_y - P|_{y+\Delta y} \right) + \Delta x \Delta y \left(P|_z - P|_{z+\Delta z} \right) \right] +$$

(II) Convección

$$\left\{ \Delta y \Delta z \left[\Pi_{(x)}|_x - \Pi_{(x)}|_{x+\Delta x} \right] + \Delta x \Delta z \left[\Pi_{(y)}|_y - \Pi_{(y)}|_{y+\Delta y} \right] + \Delta x \Delta y \left[\Pi_{(z)}|_z - \Pi_{(z)}|_{z+\Delta z} \right] \right\} +$$

(III) Transporte molecular

$$\left[\Delta y \Delta z \left(F|_x - F|_{x+\Delta x} \right) + \Delta x \Delta z \left(F|_y - F|_{y+\Delta y} \right) + \Delta x \Delta y \left(F|_z - F|_{z+\Delta z} \right) \right] +$$

(IV a) Generación del elemento de volumen en la superficie

GΔxΔyΔz

(IVb) Generación dentro del elemento de volumen.

Si ahora dividimos la ecuación I por ΔxΔyΔz y hacemos uso de la definición de la derivada a medida que las longitudes de los lados del elemento de volumen tienden a cero, es decir,

$$\Delta x \rightarrow 0, \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(v_x P|_x - v_x P|_{x+\Delta x})}{\Delta x} = - \frac{[\partial(v_x P)]}{\partial x}, \text{ etc. -}$$

obtendremos la ecuación diferencial que expresa la conservación de la propiedad en un medio fluyente:

$$\frac{\partial P}{\partial t} =$$

Velocidad de acumulación de P/
unidad de volumen -

$$\left[\frac{\partial(v_x P)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y P)}{\partial y} + \frac{\partial(v_z P)}{\partial z} \right] +$$

Velocidad neta de adición de P/
unidad de volumen. Por convección (flujo global)

$$\left[\frac{\partial \Pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} \right] - \left[\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \right] +$$

Velocidad neta de adición de P/
unidad de volumen debido a flujos moleculares.

Velocidad neta de generación de P,
unidad de volumen en las superficies.

- Velocidad de generación de P dentro del sistema / unidad de volumen

3.- DERIVACION DE LAS ECUACIONES ESPECIFICAS DE CONSERVACION. La ecuación general de conservación, Ecuación 2, puede ahora hacerse específica para los varios casos de transporte mediante la adecuada sustitución de P, II, F, y G. Cuando esto se hace, los varios grupos de términos conservan un significado en cada caso, es decir, contribución por generación global, etc.- Y para ahorrar espacio, esta información no será repetida para las ecuaciones específicas de conservación que se obtendrán mas adelante.

Las formas asumidas por P, II, F, G, para los casos de transporte de masa total, de masa de componente i de una mezcla, momentum, energía (cinética + interna), y carga eléctrica, estan sumariadas en la Tabla II. Cuando estas formas se substituyen en la ecuación 2, las ecuaciones generales de conservación para los 5 tipos de transporte considerados, se tienen directamente, como se muestra en la Tabla III. Estas ecuaciones generales de conservación forman el punto de partida para el estudio de los procesos de transferencia y son aquellos mencionados en la primera caja de la Figura 1.

En las Tablas II y III, las contribuciones debidas a efectos eléctricos y magnéticos estan agrupados en parentesis rectangulares y todos los términos así agrupados desaparecerán si los efectos magnéticos y eléctricos se consideren despreciables. Esta suposición es bastante común en los estudios actuales en Ingeniería Química, sin-

TABLA II. FORMAS DE LAS EXPRESIONES EN LA ECUACION 1 PARA CASOS ESPECIFICOS

CANTIDAD	MASA TOTAL	MASA DEL COMPONENTE i EN UN SISTEMA DE n COMPONENTES	MOMENTUM	ENERGIA	CARGA ELECTRICA
P	P	P_i	$(P\sigma_x, P\sigma_y, P\sigma_z)$ o PV	$P(U + \frac{1}{2}\sigma^2)$	P_e
Π	0	J_i	τ	q	i
F	0	0	P	$\pi \cdot V = (P\sigma_{ix} + \tau) \cdot V$	0
G	0	γ_i	$\sum_{i=1}^n P_i \phi_i + [P_e E_e + \mu_b (I \times H_e)]$	$\sum_{i=1}^n \pi_i \cdot \phi_i + [E_e \cdot I]$	0

TABLA III. FORMAS DE LA ECUACION 2 PARA CASOS ESPECIFICOS DE TRANSPORTE

ECUACION DE CONSERVACION DE	
MASA TOTAL (ECUACION DE CONTINUIDAD)	$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v)$ (3a)
MASA DEL COMPONENTE i DE LA MEZCLA	$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_i v) - \nabla \cdot j_i + \gamma_i = -\nabla \cdot n_i + \gamma_i$ (3b)
MOMENTUM	$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v v) - \nabla \cdot \gamma - \nabla p + \sum_{i=1}^n \rho_i \phi_i + [\rho_e E_e + \mu_e (I \times H_e)]$ (3c)
ENERGIA	$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} = -\nabla \cdot \left\{ \rho v \left(u + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} - \nabla \cdot q - \nabla \cdot (\rho v) - \nabla \cdot (\gamma \cdot v) + \sum_{i=1}^n \rho_i (v_i \cdot \phi_i) + [E_e \cdot I]$ (3d)
CARGA ELECTRICA	$\left[\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_e v) - \nabla \cdot j = -\nabla \cdot I \right]$ (3e)
RELACIONES ELECTRICAS ADICIONALES	$[I = \sigma_e \{ E_e + \mu_e (v \times H_e) \}] ; [I = \nabla \times H_e ; \frac{\partial \mu_e H_e}{\partial t} = \nabla \times E_e]$ (3f) LEY GENERAL DE OHM ECUACIONES DE MAXWELL

^a En muchos casos, el fluido es tan buen conductor eléctrico que se puede despreciar la acumulación de carga eléctrica y las ecuaciones pueden además simplificarse sustituyendo $\rho_e = 0$. Aquí el último término en la ecuación 3d se convierte en I^2/σ_e , que representa el efecto de calentamiento de Joule.

embargo, son de indudable importancia en procesos mas complejos, en el presente método, estas pueden ser incluidas en las ecuaciones generales sin dificultad adicional; sin embargo, serán omitidas posteriormente con objeto de facilitar la comparación con las relaciones convencionales.

Sin embargo, antes de que estas ecuaciones de conservación puedan ser usados en la práctica, los flujos moleculares en cada uno de ellos deben ser expresados en términos de las fuerzas directrices que causan esos flujos. En el caso más general, esto se torna complicado ya que, por ejemplo, es posible tener contribuciones de energía molecular y de flujo masa resultantes de varias y diferentes fuerzas directrices. Afortunadamente, excepto, bajo condiciones especiales de restricción, el flujo de energía debido a gradientes de temperatura, el flujo masa debido a gradientes de concentración, y el flujo de momentum debido a gradientes de velocidad, son los únicos flujos moleculares importantes, y en el caso monodimensional, estos han sido descritos en la Tabla I. Si estas son generalizadas para considerar los cambios en 3 direcciones (sin considerar la viscosidad global), y son entonces sustituidas en las ecuaciones de conservación en la Tabla III, se tienen las formas más útiles dadas en la Tabla IV.

En la derivación de las formas de la ecuación de energía mostrado en la Tabla IV, la contribución de energía cinética ha sido encontrada mediante el producto escalar de la velocidad con la ecuación de movimiento, dando lugar al término $\mu\phi$, el cual representa la disipación del flujo de energía a calor. En coordenadas cartesianas,

$$\mu\phi = \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. \left[\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)^2 + \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right]^2 \right\}$$

Note que para llegar a la Tabla III la suposición que se hizo fue que el medio se consideró continuo. Para pasar de la Tabla III a la Tabla IV las asunciones originales son hechas tomando en cuenta que el flujo molecular depende únicamente de las fuerzas impulsoras del proceso y que el fluido se comporta como fluido newtoniano despreciando la viscosidad global.

Las ecuaciones de cambio contenidos en la Tabla IV son todavía muy complicados y generalmente no pueden ser resueltas excepto para problemas con geometría y condiciones frontera simples. Estas ecuaciones pueden ser grandemente simplificadas si se asume que el medio es incompresible y las propiedades de transporte (viscosidad, conductividad térmica, calor específico, difusividad,) son constantes. Sin embargo, para un amplio rango de problemas de Ingeniería Química, la consideración de propiedades físicas constantes, no está justificada pero se toman porque simplifican grandemente los problemas. La comparación de resultados calculados y experimentales ha indicado que los errores no son muy serios a ne-

nos que las diferencias de temperatura y composición sean muy grandes. Si en lugar de asumir valores constantes la viscosidad es expresada por ecuaciones reológicas para el material, es posible derivar y obtener las ecuaciones de velocidad para procesos de transferencia en fluidos no newtonianos. Para obtener relaciones útiles se supone que las fuerzas eléctricas y magnéticas pueden ignorarse, la transferencia de masa está limitada a sistemas binarios y la gravedad es la única fuerza externa actuando en el sistema. Con estas 3 consideraciones, las ecuaciones de cambio asumen las formas más familiares mostrada en la Tabla V.

En la ecuación 5d (Tabla V), último término representa la contribución de energía debidas a reacción química y efectos de calor en mezclados. A menudo estas contribuciones y el término de disipación viscosa son pequeños comparados al término de conducción de calor y pueden ser eliminados.

Habiendo derivado las ecuaciones de cambio y simplificándolas a formas que pueden ser aplicadas a problemas de ingeniería vamos a ver los 4 caminos en los cuales son usados para obtener información acerca de problemas reales que envuelven transferencias de masa, - momentum y calor.

TABLA IV. FORMAS DE LAS ECUACIONES 3 EN FUNCION DE LAS FUERZAS DIRECTRICES

ECUACION DE CAMBIO PARA

MASA TOTAL	$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v) \quad (4a)$
MASA DEL COMPONENTE A	$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_A v) + \nabla \cdot (\rho_{A0} \nabla W_A) + \gamma_A \quad (4b)$
MOMENTUM	$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v v) - \nabla p + \sum_{i=1}^n \rho_i \phi_i + \frac{1}{3} \nabla (\mu \nabla \cdot v) + \nabla (v \cdot \nabla \mu) - v \nabla^2 \mu + \quad (4c)$ $\nabla \mu \times (\nabla \times v) - (\nabla \cdot v) \nabla \mu - \nabla \times (\nabla \times \mu v) + [\rho_e E_e + \mu_e (I \times H_e)]$
ENERGIA	$\frac{\partial (\rho \epsilon T)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \epsilon T v) + \nabla \cdot (\alpha \nabla \rho \epsilon T) + \rho T \frac{\partial c_p}{\partial t} + \left\{ \frac{\partial \ln(\frac{1}{p})}{\partial \ln T} \right\} \int_{p, W_1, \dots, n} \frac{Dp}{Dt} + \quad (4d)$ $\mu \phi + \sum_{i=1}^n J_i \cdot \phi_i + \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{H}_i}{M_i} (\nabla \cdot J_i - \gamma_i) + [E_e \cdot I]$
CARGA ELECTRICA	$\left[\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_e v) - \nabla \cdot i \right] \quad (4e)$

TABLA V. FORMAS DE LAS ECUACIONES 4 PARA FLUIDOS INCOMPRESIBLES
 CON PROPIEDADES DE TRANSPORTE CONSTANTES.

UNICAMENTE FUERZAS DE GRAVEDAD

ECUACIONES DE CAMBIO SIMPLIFICADAS PARA

MASA TOTAL	$V \cdot V = 0$	(5a)
MASA DEL COMPONENTE A (MEZCLA BINARIA A-B)	$\rho \frac{D W_A}{D t} = \rho D_{AB} \nabla^2 W_A + \gamma_A$	(5b)
MOMENTUM (ECUACION DE NAVIER-STOKES)	$\rho \frac{D V}{D t} = -\nabla P + \rho g + \mu \nabla^2 V$	(5c)
ENERGIA	$\rho C_p \frac{D T}{D t} = k \nabla^2 T + \mu \phi + \sum_{A=1}^2 \frac{\tilde{H}_A}{M_A} (\nabla \cdot J_A - \gamma_A)$	(5d)