

CAPÍTULO VI

Conclusiones

El desarrollo del estudio de capacidades combinatorias en estudiantes de bachillerato, que se reporta en el presente trabajo, contempló actividades de investigación que fueron organizadas en tres fases.

En la primera de ellas, se emprendió un análisis de las facetas instruccional, epistemológica y psicológico cognitiva de la problemática que representa el razonamiento combinatorio en el ámbito del bachillerato. En la siguiente, tomando los productos de los análisis mencionados como marco de referencia, se abordó la construcción de un cuestionario para el estudio de las capacidades combinatorias de los estudiantes y el análisis a priori de dicho instrumento. Finalmente, la última fase consistió en la parte experimental del estudio y el análisis de resultados.

En términos generales, en base a los elementos que arrojan las diferentes fases del trabajo, afirmamos haber encontrado un desarrollo pobre de capacidades o habilidades combinatorias en los estudiantes sujetos a estudio.

A pesar de que los datos numéricos nos proporcionan sólo una visión parcial, los porcentajes globales de respuestas a los problemas incluidos en el cuestionario apuntan en esa dirección, toda vez que el 25.6% de las respuestas fueron clasificadas como correctas, el 69.9% como respuestas incorrectas y el 4.5% de los casos no responden al problema.

Particularmente, la capacidad de los sujetos para la formación de arreglos de elementos se encuentra estrechamente ligada a la estrategia de su enumeración la cual, sin dejar de percibirse como una valiosa herramienta intuitiva y muy prometedora didácticamente, paradójicamente presenta el riesgo de ocultar tanto las trascendentes cuestiones estructurales así como la necesidad de recurrir a estrategias de mayor generabilidad.

En principio, esto se constata por el hecho de que la enumeración es el principal recurso de los estudiantes, tanto cuando se responde incorrectamente (19.5% de todas las respuestas) como cuando se hace de manera correcta (18.2% de todas las respuestas). Pero creemos que en un gran número de respuestas clasificadas en otras categorías subyace la estrategia de la

enumeración, interiorizada o no, como es el caso del recurso a diagramas de árbol u otros diagramas auxiliares.

Así mismo, la no consideración de la procedencia del orden, la repetición o la distinción de elementos se refleja en las enumeraciones incorrectas o incompletas llevadas a cabo por los estudiantes. También vemos que el uso no sistemático de la enumeración o de diagramas de árbol incompletos muestran un estado de desarrollo incongruente con la posibilidad de una síntesis cualitativa del proceso, lo que por lo contrario, estaría abriendo el camino hacia abstracciones o generalizaciones del mismo.

Ciertamente, se debe señalar una diferencia en el recurso a la enumeración según el nivel de instrucción: a mayor grado de estudios, se presenta un uso más eficiente de este recurso. Esto es, mientras que la enumeración no sistemática fue erróneamente utilizada por el 25% de los casos por estudiantes del segundo semestre y el 12.8% de los del sexto, un procedimiento de enumeración sistemática es utilizado correctamente por un 19.4% de los casos por estudiantes del segundo semestre y por el 20.5% de los casos del sexto.

Considerando un razonamiento combinatorio de los sujetos de estudio, tanto por su edad como por el nivel educativo en que se encuentran, acorde a un estadio formal de desarrollo, estuvimos interesados en indagar en qué medida, dichos estudiantes habían logrado incorporar e integrar en la resolución de situaciones problemáticas ideas inherentes a las capacidades combinatorias, como es la formación de disposiciones de elementos bajo diversas restricciones, el reconocimiento de la estructura de las posibles disposiciones y su cuantificación. También, el que incorporaran como recursos o estrategias en la resolución de dichas situaciones: diagramas, argumentaciones lingüísticas, listado de casos, algoritmos combinatorios y el principio fundamental del conteo; y al respecto, encontramos:

Que aunque los problemas incluidos en el cuestionario son del tipo simple, el despliegue del razonamiento combinatorio que muestran los estudiantes es incipiente; lo cual es nuestra base cuando afirmamos que dichos estudiantes tienen un desarrollo pobre de sus capacidades o habilidades combinatorias. Más adelante, otras consideraciones reforzarán esta afirmación.

Otra afirmación general que desprendemos de nuestro estudio, es que el desarrollo de habilidades combinatorias, al inicio del bachillerato, se encuentra en un plano intuitivo-concreto y que, posteriormente, éste tiende a la realización de operaciones que no se acompaña por un sentido personal de significados.

Un primer respaldo para esta afirmación es el que los estudiantes del segundo semestre, muy frecuentemente, recurren a una respuesta intuitiva errónea (19.7% de las respuestas en segundo contra un 8.3% en sexto) y los de sexto semestre recurren a la manipulación numérica de la información dada en el problema (14.3% de las respuestas en sexto contra un 5.7% en segundo).

Por otra parte, si tomamos en cuenta lo que se refiere a la influencia de las distintas variables de tarea, aspecto en el se centró nuestro problema de investigación, el estudio nos permite concluir que, en estudiantes de segundo semestre se observó una mayor atención

en lo que respecta al modelo combinatorio implícito en el problema, ya que quienes respondían correctamente, establecieron en sus respuestas la condición impuesta por el modelo. Sin embargo, en estudiantes del sexto semestre esto no se presentó tan frecuentemente, pues las respuestas proporcionadas a las situaciones planteadas privilegian, por lo general, a la selección, como modelo combinatorio implícito, lo cual se justifica, quizá, en el tipo de situaciones a que comúnmente han sido expuestos.

En cuanto al tipo de elementos que se combinan, podemos señalar que se mostró mayor familiaridad en el manejo de situaciones que involucran números. Esto se presentó en ambos semestres, lo que consideramos se puede deber al hecho de que la formación de números lleva implícita la consideración del orden y una notación convencional.

En cambio, en los problemas que involucran objetos o personas, en los que la importancia del orden, de la repetición e incluso de objetos no distinguibles, no es tan evidente. Los resultados obtenidos nos muestran que los estudiantes tienen dificultades para extraer las características relevantes de las situaciones planteadas.

Respecto al tipo de operación combinatoria, cabe destacar que estuvimos especialmente interesados en observar la puesta en juego de esta variable por estudiantes de sexto semestre, por ser el grupo que ha tenido instrucción al respecto. En general, no fueron puestas en juego por los estudiantes de segundo semestre, lo cual era una situación que esperábamos se presentara, mientras que los estudiantes de sexto semestre que emplearon este tipo de recurso, por lo general, tuvieron éxito en su uso.

En este aspecto, cabe destacar que la proporción de estudiantes que recurrieron a alguna operación combinatoria para resolver el problema planteado resultó realmente baja, esto parece indicar, en el caso de los estudiantes del sexto semestre, que la instrucción sobre combinatoria es poco efectiva, al menos en el sentido de que la manera en que los contenidos han sido abordados no consigue la adquisición de un sentido que lleve al sujeto a la puesta en juego de dicha herramienta.

En cuanto a la variable valor de los parámetros, fue notorio cierto control en la manera de abordar las situaciones que involucran valores pequeños en la respuesta, en los estudiantes de ambos semestres. Aunque por otra parte, la ausencia de procedimientos sistemáticos de enumeración, así como la no puesta en juego de recursos icónicos que apoyen su respuesta, resultó ser una limitante que no les permitió descubrir elementos para poder generalizar un procedimiento, lo cual es importante en el manejo de situaciones en las que los valores de los parámetros sean mayores.

Una posible explicación de estos resultados, es el énfasis, que tradicionalmente ponen los profesores en el desarrollo de habilidades de cálculo en los estudiantes, y la poca atención a los aspectos relacionados dejando de lado los aspectos relacionados con la comprensión de las situaciones que pueden originar un determinado contenido. Creemos que esta es una causa del poco desarrollo de habilidades cognitivas en el sujeto, pertinentes para abordar situaciones bajo una estructura matemática equivalente.

Por otra parte, si tomamos en cuenta lo que se refiere al estado de desarrollo cognitivo en que se encuentran los individuos en cuestión, sus reacciones ante las situaciones planteadas no corresponden a lo que señalan Piaget e Inhelder como rasgos característicos de las edades de los individuos sujetos de estudio, lo cual, desde nuestro punto de vista, podría estar relacionado con sus experiencias dentro y fuera de la escuela, en el sentido de que no han favorecido un desarrollo que, de acuerdo a estos investigadores, debiera manifestarse en esas edades.

En esta misma dirección, resultados de Fischbein, muestran que la capacidad para resolver problemas combinatorios no siempre se alcanza sin una instrucción específica y pertinente. A partir de nuestro estudio, puede confirmarse este señalamiento, pues los resultados obtenidos muestran que, en general, no hay una mejora en las respuestas de los estudiantes que han recibido instrucción, lo que pudiera ser una manifestación de que la instrucción recibida no ha sido eficaz en el desarrollo de intuiciones que apoyen la resolución de las situaciones planteadas.

Además, hemos obtenido evidencias de que las intuiciones primarias correctas que han desarrollado los estudiantes, lejos de fortalecerse, se desechan dando lugar a la aparición de nuevas intuiciones que, en muchas ocasiones, resultan incorrectas.

En cuanto a la lista de ideas fundamentales propuesta por Heitele, la combinatoria aparece como una de las ideas que son necesarias en el desarrollo de estocásticos. En este sentido, vemos que, a pesar de que las situaciones planteadas a los estudiantes son en alguna forma elementales, el desenvolvimiento que muestran en el manejo de estas ideas es, en general, limitado y por tanto es de esperarse que aquellos aspectos en los esta herramienta resulta fundamental, no puedan ser conceptualizados convenientemente.

Más particularmente, Heitele señala al manejo del diagrama de árbol, como un recurso de importancia fundamental dentro de la combinatoria, por suministrar de una manera sencilla, una entrada a la estructura interior de los experimentos aleatorios y al encadenamiento de experimentos sucesivos dentro de un complejo más grande.

Sin embargo, en nuestro estudio, de un semestre a otro se observa un aumento en el uso del diagrama de árbol como un recurso que permite abordar la situación planteada, pero aparece un uso erróneo más frecuente en estudiantes de sexto semestre. Estos resultados fortalecen aún más nuestra afirmación inicial en torno de que, a partir de nuestro estudio, encontramos un desarrollo pobre de capacidades combinatorias en estudiantes de bachillerato.

Una comparación global de los resultados obtenidos en nuestro estudio con los que, en esta dirección, son reportados por Navarro-Pelayo (1996), nos indican una diferencia importante en los resultados obtenidos en un subconjunto de problemas, en cuanto a los alumnos con instrucción, y sin instrucción lo que fundamentalmente atribuimos a esfuerzos educativos distintos.

En este aspecto, en nuestro estudio obtuvimos una diferencia de 8.84% en los índices de respuestas correctas en alumnos con instrucción y sin instrucción para el problema uno,

mientras que en el caso de la investigación citada, se reporta un índice del 38%, presentándose, al igual que en nuestro estudio, un índice muy bajo de respuestas correctas en alumnos sin instrucción.

Una situación similar ocurre en los problemas tres y cuatro, aunque en nuestro caso, en el problema tres obtuvimos un índice de respuestas correctas mayor en el caso de alumnos sin instrucción, dando una diferencia de -6.76% , comparado con un 6.9% obtenido en el caso de las investigaciones de referencia. En el problema cuatro, la diferencia en nuestro caso fue de 22.21% y en ellos de 46.6% .

En cambio, en el problema cinco, los índices de respuestas correctas fueron menos contrastantes. El problema seis, se destaca, tanto en sus investigaciones como en las nuestras, por ser en el que se obtuvo un índice mayor en las respuestas correctas, en ambos tipos de estudiantes. Para este último caso, cabe señalar que los porcentajes de respuestas correctas en sus investigaciones son de alrededor del 80% , mientras que en nuestro caso, apenas rebasan el 50% .

Por otra parte, al tomar en cuenta lo obtenido en cuanto a la presencia de errores, tomamos de entrada la clasificación de errores propuesta en dichos trabajos, dándole una interpretación propia, a través de lo observado en el pilotaje previo a la parte experimental del trabajo. Esto nos permitió incluir una categoría adicional, que concentra un error que, desde nuestro punto de vista merece ser registrado, sobre todo por sus implicaciones en las comprensiones de los sujetos.

Con relación a los resultados obtenidos en nuestro estudio, cabe señalar que una coincidencia en cuanto a la presencia de errores, se presentó en el caso del error de enumeración no sistemática, cuyo índice de aparición disminuye después de la instrucción, pero a cambio se concentran los errores como en el orden y en la repetición. Un detalle adicional, se refiere a que, en nuestro caso, no tuvimos la presencia del error de fórmula, lo cual si se destaca en las investigaciones antes citadas.

Para concluir este apartado, relativo a las investigaciones de Navarro-Pelayo, debemos destacar que un aspecto importante que hemos contemplado en nuestro trabajo, fue llevar a cabo una clasificación de las estrategias de resolución empleadas por los estudiantes que respondieron correctamente, lo cual es un distintivo más con la investigación antes citada.

Implicaciones Educativas

Consideramos que los resultados aquí obtenidos deben tomarse en cuenta en el diseño y planeación de los planes y programas de estudio del nivel medio. Por una parte, mientras que en el nivel básico, se promueve el tratamiento de las ideas relacionadas con Probabilidad y la Estadística como parte de la formación de un estudiante de este nivel, en el siguiente nivel educativo, no hay garantía de una continuidad en el tratamiento de estas ideas, lo que representa una desventaja para los individuos, en la incorporación de este tipo de elementos en el análisis de fenómenos, donde estas ideas constituyen una herramienta básica.

En esta dirección, debe tenerse presente que los contenidos combinatorios constituyen una herramienta importante, cuyo uso no se restringe a la Probabilidad, pero que, en este campo en particular, tales contenidos tienen un impacto relevante por su implicación en la adquisición, por parte de los individuos, de los elementos primarios del mismo: la noción de azar y el concepto de probabilidad.

En este sentido, consideramos que una propuesta curricular, que incluya contenidos combinatorios, debe dar mayor atención a los aspectos cualitativos que incorporan estas ideas y no limitarse al aspecto operativo que estos contenidos implican. También consideramos pertinente la incorporación curricular del estudio de situaciones que cubran los tres modelos combinatorios básicos.

Otro aspecto importante en este punto, es la ausencia que en este nivel tiene (e inclusive en el nivel superior) el concepto de combinaciones con repetición, una situación que se origina de manera directa al considerar uno de los casos en el modelo de selección y que actualmente no es contemplado, a pesar de ser este el modelo que impera en la enseñanza.

Desde luego que en esta serie de recomendaciones se toma en cuenta que, al ser llevadas al aula, se requiere que el profesor asuma un rol distinto al tradicional, pues, consideramos fundamental, como parte del aprendizaje, que el estudiante tenga un papel activo en ese proceso. Esto implica, para el profesor, un reto en el diseño de situaciones didácticas tendientes a lograr una fuerte relación entre el sujeto que aprende y el contenido matemático que interesa sea adquirido como producto de esa interacción.

Lo anterior reclama de un profesor con una formación conveniente tanto en los aspectos propios de la disciplina como en los aspectos didácticos que respondan a los retos antes mencionados. Esto se manifiesta como una necesidad en todos los niveles educativos y particularmente en el nivel al que enfocamos nuestro estudio.

Además, tomando en consideración resultados del ámbito cognitivo, encontramos que la combinatoria resulta ser una componente importante del pensamiento formal que se va desarrollando en el individuo paralelamente a otras ideas como la proporcionalidad, pero que, como muestra nuestro estudio, este desarrollo no se da de manera espontánea. De aquí la importancia del papel que juega la instrucción en la evolución de estas ideas por parte del individuo.

En nuestros resultados, podemos ver que la enumeración sobresale tanto en quienes respondieron correctamente, como en quienes dieron respuestas erróneas, lo que consideramos pone a la enumeración en un lugar privilegiado como estrategia base a través de la cual los individuos intentan solventar situaciones problemáticas que enfrentan. Esta observación puede ser de interés didáctico, pues nos señala la necesidad de promover en los estudiantes, la realización de actividades encaminadas al descubrimiento de formas sistemáticas de enumeración, tanto si consideramos a esta como estrategia de resolución de problemas, como si la asumimos como un paso previo a la obtención de expresiones generales, que puedan ser utilizadas para abordar situaciones en las que esta herramienta resulta insuficiente.

Asimismo, consideramos que el empleo de esta estrategia en la enseñanza, debe ser acompañada del uso de otros recursos como el diagrama de árbol e inclusive, de formas alternativas que los propios sujetos pongan en juego y que puedan dar pie a discusiones que les permitan establecer comparaciones entre las diferentes estrategias, y dar lugar a la aparición de otros recursos, como puede ser el tratamiento de estas situaciones desde un plano formal.

Alcances, limitaciones y Perspectivas de Investigación

Es importante tener presente que los fines del trabajo fueron sobretodo de tipo exploratorio. Nuestro principal propósito fue la indagación del estado del razonamiento combinatorio en estudiantes de bachillerato y en este sentido, consideramos haber obtenido información suficiente y valiosa, la cual creemos refleja de manera muy próxima, el estado real del razonamiento combinatorio, no sólo en los estudiantes del escenario de estudio tomado en consideración, sino en general, en todo el bachillerato.

A pesar del carácter exploratorio de nuestra investigación consideramos que pudimos haber obtenido mayor información sobre el desarrollo de las capacidades combinatorias de los estudiantes, si hubiéramos incluido, en nuestra metodología, la entrevista con los estudiantes, lo cual pudo haber respaldado la interpretación dada a las respuestas de los estudiantes. No obstante puede plantearse como una posibilidad para la realización de un estudio a futuro que incorpore a la entrevista como un medio para obtener información que complemente el análisis de las respuestas proporcionadas por escrito.

Como puede observarse, en nuestra investigación sólo contemplamos un número restringido de problemas que consideramos constituía una muestra representativa de las posibles combinaciones de las variables de tarea en cuestión. Aún cuando de cualquier modo el muestreo de situaciones es necesario, el ser personas ajenas a la institución, escenario del estudio, limita los tiempos de aplicación de cuestionarios y por ende el número de reactivos. Por tal motivo, consideramos factible la realización de una investigación, en la que se pongan en juego un número mayor de problemas que permita ampliar la puesta en juego de las variables de tarea de interés.

Es importante recordar que la información que hemos considerado, en lo que a aspectos curriculares se refiere, corresponde a los documentos oficiales de las instituciones de interés. En este sentido, resulta interesante plantearse una investigación en la que se tome en cuenta a los profesores de los distintos niveles, con la pretensión de observar lo que realmente sucede en el tratamiento de ideas en el aula, lo cual se puede llevar a cabo en varias formas. Una de ellas podría ser la observación directa en el aula o bien realizando entrevistas con profesores que agreguen información en tal dirección.

Esto último, creemos debe llevarse a cabo, no sólo en el nivel en el que abordamos la investigación, sino también en el nivel básico, sobre todo con la intención de observar cómo se lleva a cabo la propuesta curricular vigente y especialmente, tener información de como se integran los contenidos de interés con el resto.

Aquí, una cuestión particular de interés es el estudio de las formas de enumeración que, como estrategia de resolución utilizan los individuos, lo cual creemos puede atenderse tomando en consideración las edades de los sujetos.

Otra posibilidad que se vislumbra, a partir de la investigación realizada, es la de concentrarse en el nivel superior e indagar acerca del desempeño de los estudiantes en los cursos que incluyen estos tópicos. Una opción, para obtener información, puede ser el someter a prueba el cuestionario usado en la presente investigación y, a partir de la información obtenida, incorporar nuevos problemas en los que podrían incluirse, de acuerdo a la licenciatura seleccionada, problemas combinatorios compuestos.

Un estudio adicional de los libros de texto que incorporan estas ideas es una opción interesante de llevar a cabo. En este sentido resulta importante conocer aspectos que van desde la forma en que inician el estudio de estos contenidos incluyendo el tipo de situaciones que se presentan, notaciones, etc., hasta, observar el papel que juegan las distintas variables de tarea que hemos considerado en nuestro problema de investigación, por ejemplo el modelo combinatorio implícito.

Otro aspecto que también se podría observar es el cómo están integradas las ideas fundamentales propuestas por Heitele, tanto en programas y textos como en las prácticas educativas realmente implementadas.

Consideramos que estas opciones nos proporcionarían información importante, que deben tenerse presentes en el diseño de estrategias didácticas que luego, al llevarse al aula, darían pie a nuevas investigaciones para observar los efectos de la puesta en escena de dichas estrategias y con ello continuar ampliando la visión de esta problemática.

Finalmente, consideramos que los objetivos que inicialmente nos hemos propuesto, han sido cubiertos, aunque estamos convencidos de que la problemática en cuestión continúa abierta a nuevos esfuerzos de investigación que permitan incorporar nuevas visiones y resultados en relación con la problemática de interés.