

Capítulo 3

MARCO TEÓRICO

3.1 Introducción

En este capítulo se describe un panorama general sobre las características que aparecen en un marco de enseñanza tradicional de las matemáticas, a partir de la influencia que tuvieron por parte de las "matemáticas modernas" de los 60's y de las teorías conductistas en los 70's. En las secciones restantes se describen los supuestos teóricos bajo los cuales se sustenta el presente trabajo, cuyo marco encierra el fenómeno de la *representación* y las aportaciones que han surgido para explicar este fenómeno en lo que respecta a las matemáticas han sido desarrollados por Raymond Duval sobre *registros de representación*.

Al introducir esta nueva visión de las matemáticas a los estudiantes

3.2 Antecedentes

3.2.1 La "matemática moderna" y su influencia

A partir de los años 60's se introdujeron a las instituciones educativas las llamadas "matemáticas modernas": El cambio hacia una matemática distinta se debió a que pretendía adecuar la formación matemática de los estudiantes al desarrollo científico y tecnológico de las principales ciudades occidentales de la época.

Jean Dieudonné matemático de la época, influyó grandemente en la introducción de las "matemáticas modernas", marcando una ruptura con la tradición y haciéndose famoso con la frase "abajo Euclides". Se propuso durante un Congreso internacional de matemáticas realizado en Francia en 1959, convencer a los asistentes de la necesidad de abandonar la enseñanza euclideana, sustituyéndola por una matemática más fundamentada, más motivadora, y que correspondiera a las investigaciones matemáticas desarrolladas en esa época.

Jean Dieudonné encabezó al grupo Bourbaki que estaba integrado por un grupo de investigadores matemáticos que se inició en los años 30's, a quienes se debe el gran desarrollo que tuvieron las matemáticas y que conocemos ahora como las "matemáticas modernas". El objetivo principal del grupo era ofrecer una compilación básica, sistemática y ordenada de los conocimientos matemáticos que se tenían hasta esos momentos, como lo hizo Euclides en el siglo III a. C, pero esta vez "sin fallas". Esta compilación fue escrita en la obra titulada *Éléments de mathématique*. Ellos consideraron que la abstracción y la axiomatización debían caracterizar a esta disciplina, por lo que la deducción y el rigor lógico eran esenciales en la práctica matemática, por lo que debían ser trasladados a la enseñanza.

Al introducir esta nueva visión de las matemáticas a las instituciones

educativas en 1960, se dieron recomendaciones sobre los nuevos programas de matemáticas, proponiendo cursos de tipo intuitivo experimental previos a los cursos modernos. Estas recomendaciones no fueron consideradas y algunos matemáticos pensaron que lo mejor era adaptar a la escuela, la obra fundamental de Bourbaki, donde la matemática debía ser presentada de una manera más formal y rigurosa, como la proponía el grupo Bourbaki en su obra.

La posición filosófica dominante de las "matemáticas modernas" fue la formalista, presentando esta disciplina como un cuerpo estructurado de conocimientos constituidos por objetos matemáticos, relaciones entre ellos y reglas para validar sus resultados, basados en el método axiomático deductivo. La posición formalista exige trabajar sólo con las formas de los objetos, haciendo una abstracción de sus principales propiedades y las relaciones entre dichos objetos.

Los fundadores de las "matemáticas modernas" compartían las ideas de antiguos filósofos griegos como Platón, de que las matemáticas son conocimientos que "pre-existen", es decir, que tienen una realidad anterior al sujeto e independiente de él. El matemático "descubre" un resultado y luego lo "justifica" dentro de una estructura formal.

Los cambios que se dieron con estas nuevas matemáticas fueron: la eliminación de algunos contenidos de geometría así como la implementación de nuevos, tales como estructuras algebraicas y teoría de conjuntos; la creación de nueva simbología matemática; otro cambio fue una mayor generalización y mayor rigor axiomático. Las consecuencias que resultaron de esta nueva visión al interior de las escuelas fue una matemática descontextualizada del mundo real, lo cual repercutió en la mayoría de los estudiantes en una desmotivación hacia el estudio de esta disciplina. El estudiante no sólo tenía dificultades en el uso de los métodos o axiomas sino también en el empleo de operaciones fundamentales. Por lo tanto la reforma de los años 60's entró en crisis en los 70's, no resolvió los problemas

que justificaron su introducción tales como la falta de motivación, el uso de la memorización para aprender contenidos, sino más bien acumuló otros tales como la desconexión con otras disciplinas.

Se critica el hecho de que los especialistas encargados de esta reforma, no tuvieron cuidado en considerar los aspectos psicológicos y pedagógicos en el estudiante, ellos fijaron su atención solamente en los contenidos matemáticos que deberían de enseñarse y la formalidad con que debían ser enseñados, desconectándola de las otras disciplinas. Los logros obtenidos en el terreno educativo no fueron muy exitosos, pero no así en las producciones matemáticas obtenidas como resultado de la concepción formalista, esto puede observarse por la gran cantidad de libros que se escribieron durante esa época.

3.2.2 La corriente conductista

El conductismo entiende por aprendizaje "el cambio duradero y observable de conducta, que ocurre como resultado de una experiencia" (Escamilla, 2000). Una característica muy importante del conductismo es su atención a los cambios de conducta observables. Las investigaciones sobre el comportamiento animal hicieron pensar que el aprendizaje era una respuesta que se producía ante un determinado estímulo. La repetición era la garantía para aprender y siempre se podía obtener más rendimiento si se suministraban los refuerzos oportunos.

Bajo esta postura el aprendizaje y la enseñanza se dan, cuando el estudiante conoce las respuestas correctas formuladas por el profesor a partir de un proceso mecánico de refuerzos positivos o negativos aplicados por él. Esta corriente no considera los procesos internos que ocurren en la mente de los estudiantes, por lo que la postura epistemológica del conductismo puede ser caracterizada como objetivista, es decir el conocimiento es algo que existe de manera externa al estudiante.

En los años setenta las teorías conductistas tuvieron un gran auge en los ámbitos escolares, porque ofrecían innovaciones didácticas que proponían una serie de técnicas: Máquinas de enseñanza, textos programados, programas por objetivos, etc. que aseguraban eficientar el proceso de transmisión y adquisición del conocimiento. De acuerdo a la concepción conductista del aprendizaje, se puede enseñar todo con programas organizados lógicamente desde la materia que se enseña.

En un marco de enseñanza tradicional de las matemáticas se identifican dos características importantes: una es el objetivismo, que se refiere a la manera en que se concibe el conocimiento y la otra es el formalismo que es la manera en que deben ser desarrollada y presentada esta disciplina.

Las matemáticas son el área de contenido en que los métodos tradicionales han tenido los efectos más nocivos para el aprendizaje, la culpa recae sobre todo en los métodos y en las peticiones que se concentran en la transmisión directa de maestro a alumno y en las respuestas correctas más que en la construcción de principios matemático (Wadsworth, 1991). Han surgido reacciones al respecto, principalmente la de los constructivistas, quienes argumentan que el individuo adquiere el conocimiento como resultado de su propia actividad sobre el objeto, esto es, el sujeto construye su propio conocimiento. Esta nueva concepción queda enmarcada dentro de teorías constructivistas y una de esas teorías que se considera que provee de marcos conceptuales idóneos para explicar como se origina el conocimiento son las formulaciones realizadas por Jean Piaget en su *Epistemología Genética*.

Las investigaciones de Piaget (1969) constituyen una importante aportación para explicar cómo se produce el conocimiento en general y el científico en particular. Marcan el inicio de una concepción constructivista del aprendizaje que se entiende como un proceso de construcción interno, activo e individual.

Los referentes teóricos en los cuales se apoya el presente trabajo tienen sus raíces en el constructivismo, parten de la idea que es la actividad del individuo sobre el objeto la que puede lograr que se adquiriera el conocimiento. Para el caso de los objetos matemáticos que son "entes" abstractos se utilizan diferentes formas para representarlos a través de símbolos algebraicos, numéricos, gráficos, etc., y es la propia actividad del individuo sobre esas representaciones la que puede lograr que él aprenda. Bajo esta premisa y en ambientes de aprendizaje de las matemáticas se desprenden algunas de las aportaciones teóricas de R. Duval, el cual se centra en ciertas actividades cognitivas básicas que están muy relacionadas con la comprensión y dificultades de aprendizaje de las matemáticas.

En la siguiente sección se describen los aportes de la teoría que se consideran necesario puntualizar para poder explicar los resultados obtenidos en la investigación.

3.3 Aportes teóricos de Duval

El aprendizaje de las matemáticas se considera un campo privilegiado para el estudio de ciertas actividades cognitivas tales como la conceptualización y la resolución de problemas entre otras. Se desprende del hecho, que estas actividades requieren del uso de sistemas de expresión y de representación, que son distintos a los del lenguaje natural. Por ejemplo: los números pueden ser representados en distintos sistemas de numeración (binaria, decimal, sexagesimal, etc.); las funciones pueden ser representadas de distintas formas: algebraica, tabular, gráficamente, etc.; de la misma manera, esto sucede con otros objetos matemáticos tales como los vectores, círculos, rectas etc.

Los objetos matemáticos presentes en la actividad matemática, requieren del uso de representaciones, porque es la única manera de acercarse a los objetos, ellos no son objetos con los que se pueda interactuar directamente, como

lo son en otras áreas de conocimiento tales como en biología, física, etc. Las representaciones en matemáticas resultan ser el único medio de acceso, es por lo tanto indispensable reconocer el sitio central que ocupan las representaciones en el aprendizaje de las matemáticas (Duval, 1993).

3.3.1 Registros de representación semiótica

Las representaciones semióticas resultan ser indispensables al momento de querer acceder, adquirir o comunicar conocimientos matemáticos. Un objeto matemático tiene la particularidad de contar con distintas maneras de representación semiótica, como es el caso de las funciones, estas se pueden representar en forma: tabular, gráfica, algebraica o en la forma de enunciado en la lengua natural.

Las representaciones semióticas están constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema de representación, por ejemplo: una gráfica al sistema cartesiano, una fórmula al sistema algebraico o un enunciado a la lengua natural; cuyos sistemas inducen a tener sus propias unidades significativas y reglas de funcionamiento.

Para que las representaciones puedan ser útiles en la actividad matemática, deben pertenecer a sistemas semióticos que sean registros de representación y para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognoscitivas fundamentales asociadas a toda representación:

1) La formación de un conjunto de signos que sean identificables como una representación de algo en un sistema determinado; por ejemplo una fórmula es identificable en el registro algebraico. Esta formación implica una selección de rasgos y de datos en el contenido por representar, esto es, si se quiere representar a la función lineal en el registro algebraico se identifica la siguiente

representación: $y = -2x + 1$. La selección se hace en función de las unidades y de las reglas de formación que son propias de cada registro, esas reglas ya están dadas en el registro y lo importante de esta actividad es reconocerlas, no diseñarlas. Por ejemplo, si se quiere representar una función lineal de la siguiente manera " $y = 2x + 1$ " esta representación algebraica no sería coherente con las reglas de formación del registro algebraico. La segunda actividad es la de tratamiento.

2) El tratamiento es la transformación de una representación en el mismo registro en el cual ha sido formada, haciendo uso sólo de las reglas propias a ese registro. El tratamiento es una transformación interna a un registro. Esta actividad puede verse con el siguiente ejemplo: $y = -2x + 1$ y $y = -2(x - \frac{1}{2})$. Existen reglas de tratamiento propias de cada registro, su naturaleza y número varía de un registro a otro. Por último la tercer actividad asociada a la representación es la de conversión.

3) La conversión es la transformación de una representación en otra que pertenece a otro registro conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa al registro de partida. No debe confundirse esta actividad con la actividad de tratamiento, por lo que debe quedar claro que no existen ni pueden existir reglas para promover esta actividad cognitiva de conversión como existen reglas de tratamiento.

3.3.2 Actividad de conversión

No todos los sistemas semióticos permiten estas tres actividades cognitivas fundamentales, los principales registros que se utilizan en matemáticas sí permiten estas tres actividades, tales como las gráficas, expresiones algebraicas, expresiones numéricas, figuras geométricas, enunciados en la lengua natural, etc.

Las representaciones semióticas se consideran esenciales tanto para fines de comunicación como para la realización de ciertas actividades cognitivas del pensamiento, tales como propiciar el desarrollo de representaciones mentales a

través de una interiorización de las representaciones semióticas. Es una actividad importante para la comprensión de los objetos matemáticos porque se limita sólo a

La única forma de trabajar con los objetos matemáticos es a través de sus representaciones, pero éstas, pueden ocasionar problemas en el proceso de aprendizaje cuando son confundidas con el objeto que se quiere representar, pero ¿cómo no confundir el objeto con sus representaciones en los inicios de su aprendizaje, si la única manera de enfrentarse a ellos es a través de sus representaciones?

En la actividad matemática es necesario poder movilizar varios registros en el transcurso de una misma acción o escoger un registro en lugar de otro, es importante en esta actividad poder diferenciar lo que es la semiosis de la noesis. Se le llama semiosis a la aprehensión o producción de una representación semiótica y noesis a la aprehensión conceptual de un objeto. Es importante reconocer por un lado, que la aprehensión de los objetos matemáticos es una aprehensión conceptual y por otro lado, no puede haber una conceptualización del objeto matemático sin la aprehensión primeramente de las representaciones semióticas, una de las tesis centrales de Duval es que no puede haber noesis sin semiosis por lo que esta puede explicar las dificultades para aprender este tipo de conocimientos.

3.3.2 Actividad de conversión

Como se ha dicho anteriormente las actividades cognitivas ligadas a la semiosis son tres y son necesarias para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación: la actividad de formación, la de tratamiento y la de conversión. De las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis, la conversión resulta ser, con frecuencia, la menos atendida en el proceso de enseñanza, primero porque se considera automática desde el momento que se pueden formar representaciones en diferentes registros y efectuar tratamientos sobre las

representaciones y en segundo lugar, por la creencia que no es una actividad importante para la comprensión de los objetos matemáticos porque se limita sólo a un cambio de registro. De acuerdo a Duval, la poca importancia conferida a la actividad de conversión repercute en la noesis y de una manera más general, en la comprensión.

Unidades significativas del registro gráfico y algebraico

Existe cierta confusión entre la actividad de conversión y otras actividades que se le asemejan. Una de estas actividades es la codificación. La codificación es la transformación de una representación en una representación de otro registro, por simple aplicación de reglas de correspondencia: a cada elemento de un registro dado le corresponde uno y sólo un elemento de otro registro, por ejemplo, una pareja de puntos (a,b) de números reales le corresponde un solo punto del sistema cartesiano y recíprocamente. Para pasar de la escritura algebraica de una relación ($y = x$, $y = x^2$) a la representación de una recta o de una curva, la regla de codificación permite marcar tantos puntos como se quiera y unirlos, pero el trazo continuo realizado de una recta o de una parábola por la simple codificación efectuada, no permite tener ninguna idea global del comportamiento de la curva. El ejemplo ilustra que la codificación puede ser confundida con la conversión entre los registros algebraico y gráfico por el hecho de cambiar de registro.

Una recta $y = ax + b$ lo que interesa son la constante m y la constante b .

Para ilustrar la confusión de la actividad de conversión con la codificación se tiene la siguiente relación $y \geq x$, si se utiliza la vía del punteo y se unen los puntos obtenidos para trazar la gráfica de la desigualdad, no se obtiene la representación gráfica global de la relación. Recíprocamente, si se diera la gráfica de esa desigualdad y se quisiera representar algebraicamente el problema sería mayor, ¿cuántos puntos tendrían que dibujarse para darse cuenta que corresponde a todos los puntos del plano que se encuentran por encima y sobre la recta $y = x$? Por lo que la actividad de codificación no sería suficiente para un cambio de registro de la representación. Para Duval este paso recíproco exige que las unidades significativas de cada registro sean bien discriminadas, esto es, que en la representación gráfica sean discriminadas las variables visuales pertinentes

con sus diferentes *valores* en el registro gráfico; así como en la representación algebraica se identifiquen cada una de sus diferentes opciones que dan un significado con los respectivos símbolos de la expresión algebraica.

3.3.3 Unidades significativas del registro gráfico y algebraico

Si se analiza la conversión del registro gráfico al algebraico, se puede observar la diversidad de casos que se presentan para la línea recta. Para discriminar las propiedades de una figura en la representación gráfica se requiere de lo siguiente:

Primero: discriminar 2 variables generales en la figura:

- Si es un trazo o una zona
- En caso de ser un trazo: si es recto o curvo
- En caso de ser un trazo curvo: si es abierto o cerrado

Segundo: discriminar 3 variables relativas a la línea recta, ver Figura 1.

La primera de las tres variables toma dos valores, la segunda puede tomar tres y la tercera otros tres, para cada uno de estos valores visuales corresponde una unidad significativa simbólica en la expresión algebraica. En la ecuación de la línea recta $y = mx + b$ lo que interesa son el coeficiente m y la constante b , ver Figura 2.

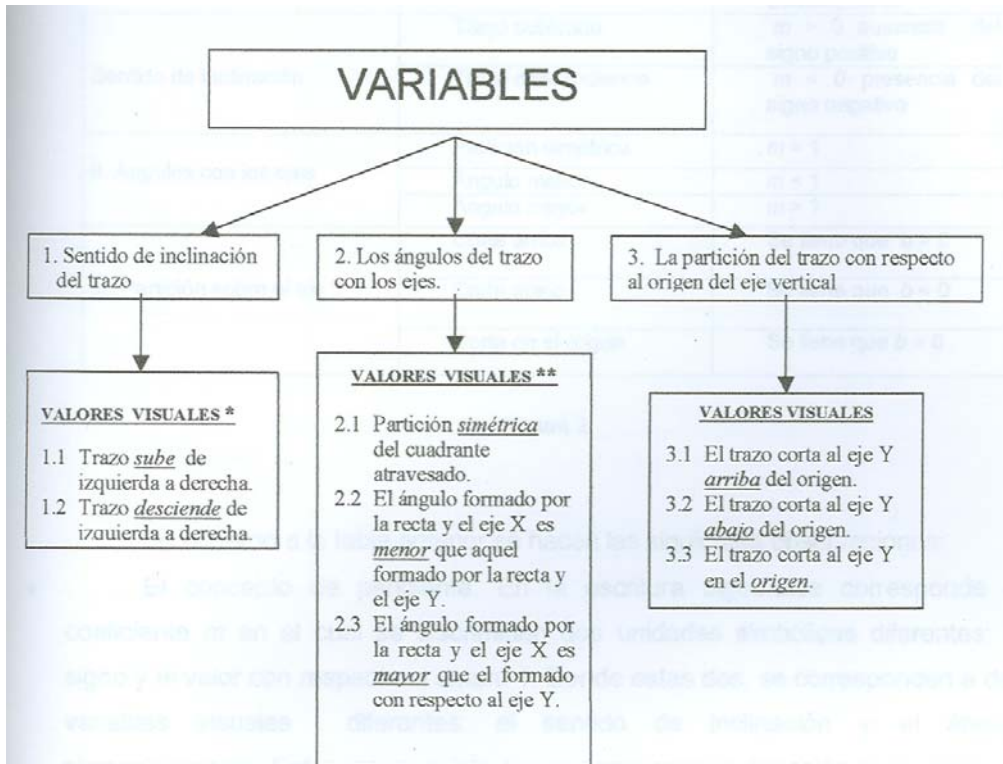


Figura 1

* La referencia de izquierda a derecha es el sentido normal del recorrido visual de una página escrita en caracteres latinos.

** Cuando la recta trazada no pasa por el origen, es suficiente desplazar el eje vertical, por ejemplo, hasta el punto de intersección de la recta con el eje horizontal.

VARIABLES VISUALES	VALORES	UNIDADES SIMBÓLICAS
Sentido de inclinación	Trazo subiendo	$m > 0$ ausencia del signo positivo
	Trazo descendiendo	$m < 0$ presencia del signo negativo
II. Ángulos con los ejes	Partición simétrica	$m = 1$
	Ángulo menor	$m < 1$
	Ángulo mayor	$m > 1$
III. Partición sobre el eje Y	Corta arriba	Se tiene que $b > 0$
	Corta abajo	Se tiene que $b < 0$
	Corta en el origen	Se tiene que $b = 0$

Figura 2

De acuerdo a la tabla anterior se hacen las siguientes observaciones:

- El concepto de pendiente. En la escritura algebraica corresponde al coeficiente m en el cual se discriminan dos unidades simbólicas diferentes: el signo y el valor con respecto al entero 1. Donde estas dos, se corresponden a dos variables visuales diferentes: el sentido de inclinación y el ángulo respectivamente. Entonces no existe congruencia entre la dirección de la recta y el valor que se tiene en la escritura algebraica, porque hay que discriminar dos propiedades distintas, relacionadas al cero y al uno.
- Las diferencias que existen del registro de salida y de llegada cuando van de la expresión simbólica de la recta a la gráfica y viceversa. Para el primer caso, es posible realizarla por la vía del punteo, mientras el ir de la gráfica a la algebraica implica discriminar cada uno de los valores visuales e integrarlos, lo que implica considerar un conjunto de propiedades.
- Para las rectas no paralelas a los ejes coordenados existen 18 representaciones gráficas distintas visualmente de manera significativa, donde a cada una de estas gráficas corresponde una ecuación, ver Figura.3.

Sentido de inclinación	Ángulo con los ejes	Posición con el eje Y	Ejemplo de escritura
Trazo subiendo	Partición simétrica	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = x$ $y = x + 1$ $y = x - 1$
	Ángulo más grande	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = 2x$ $y = 2x + 1$ $y = 2x - 1$
	Ángulo más pequeño	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = 1/2 x$ $y = 1/2x + 1$ $y = 1/2x - 1$
Trazo bajando	Partición simétrica	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = -x$ $y = -x + 1$ $y = -x - 1$
	Ángulo más grande	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = -1/2x$ $y = -1/2x + 1$ $y = -1/2x - 1$
	Ángulo más pequeño	Corte en el origen Corte por arriba Corte por abajo	$y = -2x$ $y = -2x + 1$ $y = -2x - 1$

Figura 3

3.3.4 Coordinación de registros de representación

Parece característico en el funcionamiento del pensamiento humano el recurso a varios registros de representación que comparado con la inteligencia animal y artificial, estos hacen uso de un solo sistema de representación para su funcionamiento.

Tres razones pueden ofrecerse para el uso de distintos registros de representación semiótica relacionados con el pensamiento humano:

- 1) Los costos de tratamiento, 2) Las limitaciones específicas de cada registro y 3)

La relación existente entre conceptualización y coordinación de registros de representación.

La primera razón está relacionada con los diferentes costos de tratamiento de los diferentes registros, la diversidad de registros brinda la oportunidad de usar un registro en lugar de otro con la finalidad de efectuar tratamientos de una manera más económica y más poderosa, por ejemplo cuando tienen que realizarse operaciones de tipo cálculo con funciones el tratamiento es mejor en el registro algebraico que en el gráfico; la segunda tiene que ver con el hecho que los cambios modifican las características representadas del objeto, Duval (1998, pp. 185) lo señala en la siguiente forma: "toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que ella representa...". Por ejemplo, identificar si una función es lineal o no, se facilita más en su representación gráfica que tabular; la pendiente de una recta se puede identificar con mayor facilidad de su forma algebraica que de su forma gráfica. Y la tercera razón el porqué de la diversidad de registros, es que de acuerdo a Duval la conceptualización de los objetos matemáticos guarda una relación estrecha con la coordinación de por lo menos, dos registros de representación. Esto se puede entender de la siguiente manera, para que una representación funcione verdaderamente como una representación, es necesario que no se confunda el objeto con su representación y para lograr esto se deben cumplir las siguientes dos condiciones: que existan al menos dos sistemas semióticos diferentes para la representación del objeto y que puedan convertir los estudiantes las representaciones de un sistema a otro en forma rápida y espontánea, esto último es lo que Duval reconoce como una *coordinación entre registros de representación* y es la actividad que señala como necesaria para la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos y que no significa más que la noesis.

Figura 4. Introducción de representaciones en forma de conceptualización. Los hechos 1 y 2 son...

La tercera razón dada para el uso de varios registros, no se considera usualmente relevante por otros porque se parte del supuesto "Si se selecciona bien el registro de representación, las representaciones en él son suficientes para

permitir la comprensión del contenido conceptual representado." (ibid, pp.185). Bajo este supuesto se justifica en gran medida que la conversión no sea un recurso importante para la conceptualización, pero hay que reconocer que puede ser válido para matemáticos o maestros que tienen un buen manejo de esta disciplina, pero no para personas que están en proceso de aprendizaje. Por lo que bajo este supuesto no se permite reconocer que la ausencia de conversión puede ser la causa de las dificultades o fracasos de los estudiantes, considerando entonces que el problema proviene de la noesis no de la semiosis.

Existe un segundo supuesto sobre como se logra una conceptualización de los objetos matemáticos en los estudiantes: "La comprensión (integradora) de un contenido conceptual, reposa en la coordinación de al menos, dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión.". El siguiente esquema muestra este proceso (Figura 4).

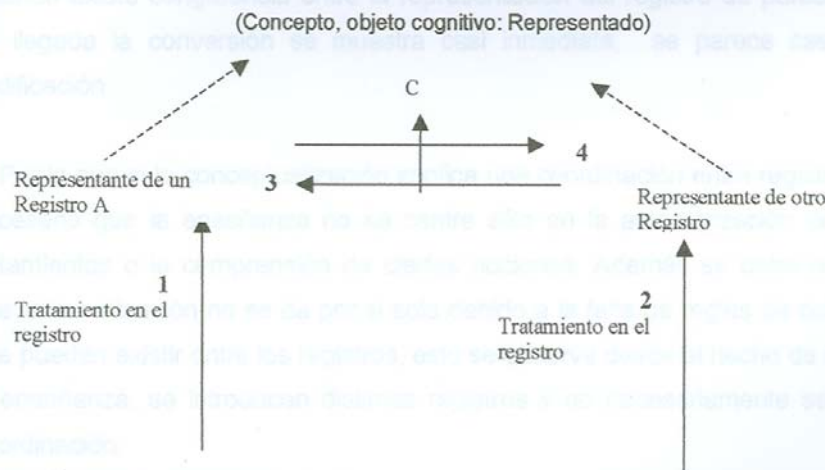


Figura 4. Estructura de la representación en función de la conceptualización. Las flechas 1 y 2 indican los tratamientos propios de cada registro; la 3 y 4 las conversiones de un registro a otro; la flecha C indica la comprensión integradora de una representación y presupone una coordinación de dos registros; las flechas punteadas indican la diferencia entre representante y representado.

A pesar del uso de los diferentes registros (algebraico y gráfico) utilizados en la enseñanza sobre el concepto de función lineal, se reconoce que no se da de manera natural la coordinación entre esos dos registros, el alumno no distingue el mismo objeto entre sus distintas representaciones (Duval, 1988) y esta deficiencia resulta del "encasillamiento de los registros de representación", esto significa que se trabaja con un registro y otro pero sin establecerse conversiones entre ellos. Se reconoce que la conversión favorece la coordinación entre registros, pero esa ausencia de coordinación no impide toda comprensión, al hacer uso de un solo registro se limita la transferencia de los conocimientos adquiridos a otros contextos donde deberían ser utilizadas por lo que esta comprensión monoregistro no da posibilidades de contrastar los resultados obtenidos con otro registro, como lo señala Duval "... esta comprensión monoregistro conduce a un trabajo a ciegas"...

Registros gráfico y algebraico.

Este fenómeno de encasillamiento que se da en los registros de representación, puede ser explicado en términos de la *incongruencia* entre los registros debido a la gran diferencia semiótica que puede existir entre ellos. Cuando existe congruencia entre la representación del registro de partida con la de llegada la conversión se muestra casi inmediata, se parece casi a una codificación

Por lo que si la conceptualización implica una coordinación entre registros, será necesario que la enseñanza no se centre sólo en la automatización de ciertos tratamientos o la comprensión de ciertas nociones. Además se debe reconocer que la coordinación no se da por si sola debido a la falta de reglas de conversión que puedan existir entre los registros, esto se observa desde el hecho de cómo en la enseñanza, se introducen distintos registros y no necesariamente se da esa coordinación.

Por lo que el profesor deberá centrarse en un aprendizaje que considere la relación estrecha que existe entre la noesis y la semiosis para colocar a los alumnos en condiciones que permitan una toma de conciencia más global entre

los diferentes registros, y esto se puede dar a partir de presentarle tareas específicas.

3.3.5 Repercusiones de la teoría

Las propuestas didácticas que se han diseñado en los últimos años alrededor del aprendizaje de las funciones han enfatizado la coordinación entre distintos registros de representación, por ejemplo el trabajo realizado por Monzoy (1997) titulado " el estudio de la función polinomial en la interacción de tres registros", haciendo uso del software educativo FUNPOLRR. En la misma dirección Hitt (1997) desarrolla un software educativo llamado "Botellas" junto con un libro de texto titulado "Funciones en Contexto", donde promueve la articulación entre los registros gráfico y algebraicos.

4.1 Introducción

Una vez revisado los fundamentos teóricos en los que se basa el presente trabajo y teniendo en cuenta el tipo de problema con el que se está trabajando con los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, resulta necesario el hacer uso de los métodos mixtos que se aplican principalmente en aquellos estudios científicos en el ámbito de formación de conceptos y que en general tienen de interés sobre cómo se desarrolla un proceso cognitivo. (Johnson, 1999). La investigación que se realizó en el presente trabajo está relacionada con la construcción de intuiciones de propiedades del concepto de la función inversa y la identificación de nuevas tareas que pudieran ayudar a los estudiantes a superar esas dificultades por lo que este tipo de investigaciones son de corte cualitativo y se relaciona principalmente entre los diferentes tipos de métodos cualitativos el "estudio de casos" para tener una descripción más detallada de los objetivos de la investigación.