

### III.- EL ALGORITMO DE BROOKS

#### a).- Idea Fundamental del Algoritmo de Brooks.

Este algoritmo es un proceso iterativo, mediante el cual habrán de programarse las actividades de algún proyecto, cuando existen limitación en la cantidad de recursos disponibles. Para decidir la secuencia que seguirán las actividades se trabaja en función al "tiempo de control" de cada una de ellas. Considerando el "tiempo de control" como la máxima duración de todas las posibles trayectorias sobre la red, a partir de cada una de las actividades. A este tiempo de control por conveniencia se le llamará ACTIM.

#### b).- Algoritmo de Brooks (AB).

De acuerdo al funcionamiento general de los procedimientos heurísticos, el AB<sup>3</sup> consiste de los siguientes pasos para su funcionamiento:

##### 1) DESARROLLAR LA RED DEL PROYECTO Y DETERMINAR:

a) La ruta crítica del proyecto.

---

3).- G.H. Brooks, "Algorithm for Activity Scheduling to Satisfy Constraints on Resource Availability, Sept. de 1963.

- 2) COMPARAR LOS RECURSOS DISPONIBLES CON EL REQUERIMIENTO DE CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES DEL PROYECTO Y CONSIDERAR LAS DOS ALTERNATIVAS SIGUIENTES:
- a) Si los recursos disponibles son suficientes, ir al paso 3.
  - b) Si existe limitaciones, ir al paso 9.
- 3) UTILIZAR EL CRITERIO ACTIM.

Calcular el valor ACTIM de cada actividad  $j$ , a través de la red en todas las trayectorias:

$$\text{ACTIM} = \text{MAXIMA} \left\{ \begin{array}{l} \text{DURACION DE LAS POSIBLES TRAYECTORIAS} \\ \text{SOBRE LA RED.} \end{array} \right\}$$

Esto sería semejante a calcular el tiempo de la ruta crítica a través de la red, suponiendo que el nodo inicial de cada actividad analizada es el nodo inicial de la red.

- 4) ORDENAR LAS ACTIVIDADES.

Ordenar las actividades, considerando los tiempos-ACTIM en forma decreciente; los empates pueden ser rotos de acuerdo a los criterios siguientes: --

- a) Duración de la actividad.
- b) Requerimiento de recursos de las actividades.
- c) Actividades con atraso mínimo.

NOTA: UTILICE EL PRIMER CRITERIO, SI EL EMPATE PERSISTE CONTINUE CON EL SEGUNDO Y DESPUES DE SER NECESARIO CON EL TERCERO.

- 5) DETERMINAR LA DURACION DEL PROYECTO CALCULANDO: TRI, TI, TT Y TA PARA CADA ACTIVIDAD.

TRI = Es el tiempo más rápido para iniciar una actividad. El tiempo verdadero (TA) será mayor-igual que TRI. TRI es igual al TT para todas las actividades predecesoras.

TI = Tiempo de inicio de cada actividad cuando no existe limitación de recursos.

TT = Es el tiempo de terminación de cada actividad.

$$TT = TI + \text{DURACION DE LA ACTIVIDAD } (t_j).$$

TA = Es el tiempo en el cual se está considerando la asignación de los recursos. Inicialmente TA = 0, pero subsecuentemente es igual al minimo TT para todas las actividades.

- 6) ANALIZAR LOS RECURSOS DISPONIBLES PARA UN PERIODO-PARTICULAR Y CONSIDERE LAS DOS ALTERNATIVAS SIGUIENTES:

- a) Si todas las actividades disponibles pueden programarse, continuar el paso 7.
- b) Si no pueden programarse totalmente, programarlas posibles y desplazar las restantes al siguiente período, para lo cual continuar en el paso 5.

## 7) PROGRAMACION DE LAS ACTIVIDADES.

Para la asignación de las actividades deberá considerarse el orden marcado en el punto 4, la procedencia establecida en la red obtenida en el punto 1 y la cantidad de recursos disponibles en el período. Al efectuar la asignación de las actividades disponibles considere las dos alternativas siguientes:

- a) Se programaron todas las actividades del proyecto, si esto sucede continuar en el paso 8.
- b) No se ha programado completamente el proyecto, regresar al paso 5.

## 8) IMPRESION DE RESULTADOS Y PASAR AL PUNTO 10.

## 9) EL PROYECTO NO PUEDE EJECUTARSE DEBIDO A LA LIMITACION DE RECURSOS.

## 10) TERMINA EL PROBLEMA.

El procedimiento descrito anteriormente lo podemos --  
mostrar gráficamente mediante el diagrama de bloques mos--  
trado en la figura 1:

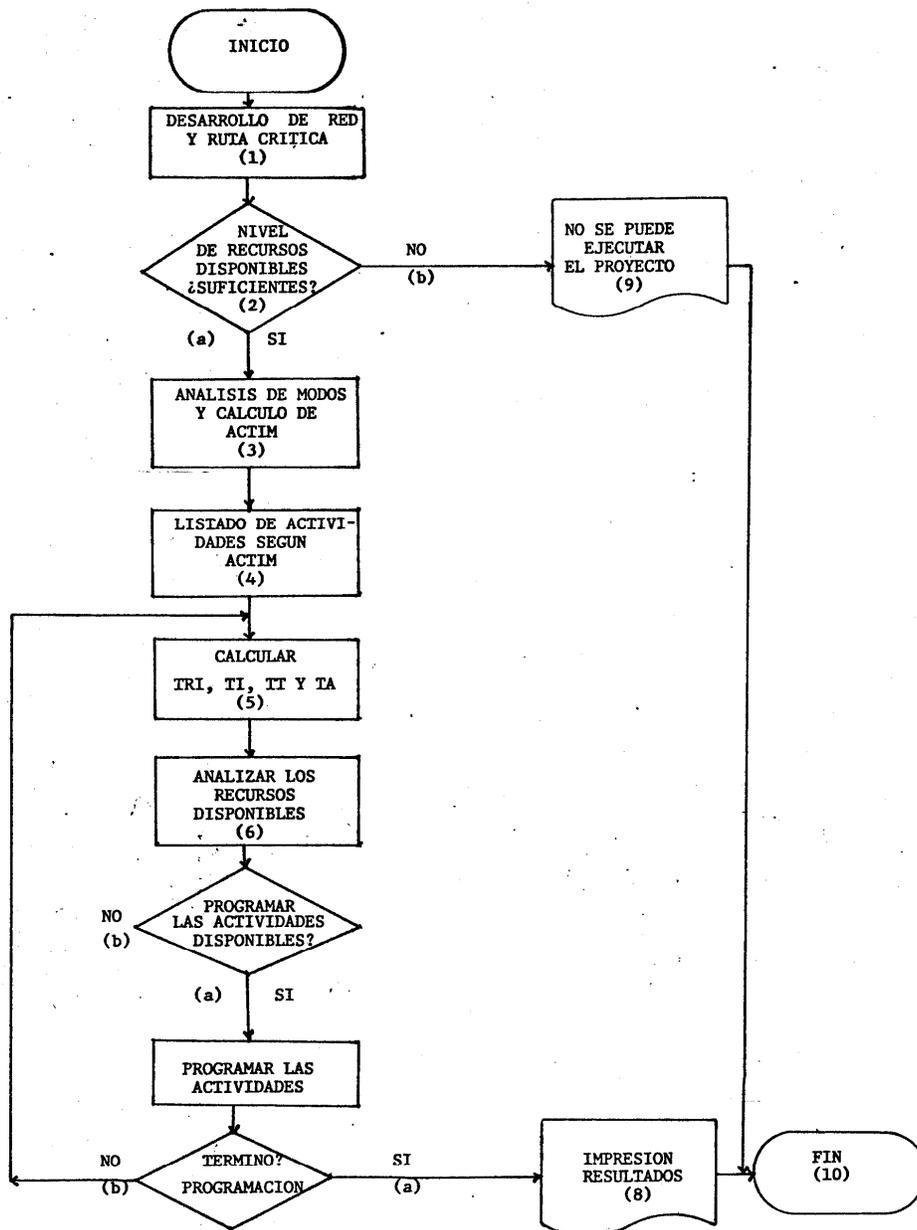


FIG. 1. ALGORITMO DE BROOKS

Para efecto del cálculo de TRI, TI, TT y TA, podemos auxiliarnos de la gráfica mostrada en la figura 2.

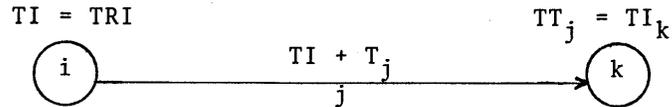


FIG. 2. CALCULO DE TIEMPO PARA UNA ACTIVIDAD

c).- Ejemplo Numérico, considerando un solo Recurso.

Ilustraremos el algoritmo con el ejemplo siguiente:

Supongamos que se tiene un proyecto que consta de 7 - actividades y que para su realización se dispone de tres - unidades de recursos; la información de las actividades, - su requerimiento de recursos y su duración es como se muestra en la tabla 1.

<u>ACTIVIDAD</u>	<u>DURACION</u>	<u>RECURSOS REQUERIDOS</u>
A	5	1
B	4	1
C	5	1
D	7	1
E	4	1
F	8	1
G	16	1
P	FALSA	---

TABLA 1. RELACION DE ACTIVIDADES DEL PROYECTO.

De acuerdo al procedimiento descrito se procede de la siguiente manera:

1) DESARROLLO DE LA RED Y DETERMINE LA RUTA CRITICA

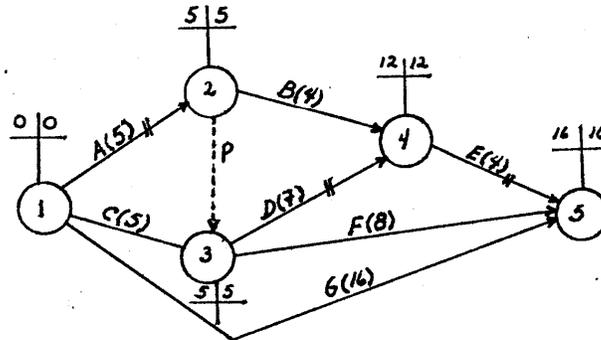


FIG. 3. RED DEL PROYECTO PROBLEMA.

Las trayectorias de las rutas son:

1-2 → 2-3 → 3-4 → 4 - 5 y 1 - 5 con una duración -  
de 16 unidades de tiempo cada una.

2) COMPARAR LOS RECURSOS DISPONIBLES CON LOS REQUERIMIENTOS DE CADA UNA DE LAS ACTIVIDADES PARA DETERMINAR SI EL PROYECTO PUEDE EJECUTARSE; EN ESTE CASO TODAS LAS ACTIVIDADES REQUIEREN UNA UNIDAD DE RECURSO Y LA CANTIDAD DISPONIBLE ES DE 3 UNIDADES POR LO CUAL SI PODEMOS EJECUTAR EL PROYECTO.

## 3) ANALISIS DE NODOS Y CALCULO DE ACTIM.

Para el cálculo del ACTIM de cada actividad debemos considerar el nodo inicial de la actividad como el inicio de la red y determine la duración de todas las posibles trayectorias y seleccionar como ACTIM el mayor de todos los tiempos obtenidos, por ejemplo consideremos el caso de calcular el ACTIM para la actividad A, de la FIG. 3 obtenemos que -- las posibles trayectorias a partir del nodo inicial de la actividad sería:

1-2→2-4→4-5 con una duración de:  $5+4+4= 13$  unidades

1-2→2-3→3-4→4-5 con una duración de:  $5+7+4=$   
16 unidades.

1-2→2-3→3-5 con una duración de:  $5+8= 13$  unidades

entonces ACTIM = MAXIMO { 13, 16, 13 }

de estos resultados obtenemos que el ACTIM para la actividad A es de 16 unidades.

Considere ahora para la actividad B; las trayectorias obtenidas serían:

2-4→4-5 con una duración de:  $4+4=$  8 unidades.

entonces el ACTIM de esta actividad B sería de 8 - unidades.

Este cálculo se efectúa de manera similar para el resto de actividades del proyecto, obteniéndose -- los resultados mostrados en la tabla 2.

<u>ACTIVIDAD</u>	<u>ACTIM</u>
A	16
B	8
C	16
D	11
E	4
F	8
G	16

TABLA 2. TIEMPOS ACTIM PARA LAS ACTIVIDADES DEL PROYECTO.

4) EL ARREGLO DE LAS ACTIVIDADES EN ORDEN DECRECIENTE-DE ACTIM ES COMO SE MUESTRA EN LA TABLA 3:

<u>ACTIVIDAD</u>	<u>ACTIM</u>
G	16
A	16
C	16
D	11
B	8
F	8
E	4

TABLA 3. ARREGLO DE ACTIVIDADES DE ACUERDO A ACTIM

Aquí se presenta un detalle importante, dado que -- las tres actividades presentan un mismo valor de -- ACTIM, para determinar el orden de estas activida-

des el empate se rompe de acuerdo a los criterios-  
anteriormente mencionados, así determinamos que G-  
es la primera actividad que debe programarse, en -  
el caso de las otras dos actividades, vemos que a-  
pesar de aplicar los criterios al empate prevalece,  
por lo cual es necesario aplicar la regla de pro--  
gramar alfabéticamente, es decir, A antes que C.

#### 5-8) CALCULO DE TIEMPOS Y DETERMINACION DE LA SE-- CUENCIA DE LAS ACTIVIDADES DEL PROYECTO.

En este paso se tiene que determinar si en un pe--  
ríodo particular las actividades disponibles pue--  
den programarse tomando en consideración tanto el-  
nivel como el requerimiento de recursos, si puede-  
hacerse, entonces es necesario determinar los tiem  
pos de inicio y terminación para esas actividades-  
así como establecer el tiempo actual en que se --  
asignarán los recursos para dichas actividades. --  
Por otro lado, las actividades que no pueden pro--  
gramarse se desplazan al próximo período de tiempo  
y esperan a que se liberen recursos para poder ser  
programadas. Para efecto de calcular estos tiem--  
pos y de ir mostrando la forma de programar las ac  
tividades, es necesario construir una tabla de tra

bajo, en la cual la solución al problema irá progresando con respecto al tiempo, hasta la terminación del proyecto. Hasta este momento tenemos alguna información relacionada con cada actividad, la cual la podemos utilizar para empezar a formar nuestra "TABLA DE TRABAJO" como se muestra en la tabla 4.

Una vez que se tiene esta información en tabla podemos proceder a efectuar la asignación de las actividades de la siguiente manera:

Al inicio del proyecto  $TA=0$  y de acuerdo a la información que se tiene, vemos que se tienen como actividades disponibles a las actividades G, A y C, puesto que todos tienen un mismo valor de ACTIM, por lo cual en la tabla colocamos  $TA=0$ , las actividades disponibles G, A, C y la cantidad de recursos disponibles en ese tiempo, en este caso 3 unidades. Enseguida se tiene que determinar si la primera actividad G, puede ser asignado, en este caso, G si puede asignarse ya que se tienen 3 recursos disponibles y G requiere únicamente un recurso. Para asignar los recursos se tienen que considerar la precedencia marcada en el diagrama.

Una línea marcada a través de G, se utiliza para -  
indicar su asignación y el número de recursos dis-  
minuye a dos dado que G requiere 1.

ACTIVIDAD	G	A	C	D	B	F	E
DURACION	16	5	5	5	4	8	4
ACTIM	16	16	16	11	8	8	4
REC. REQ.	1	1	1	1	1	1	1
TRI	0	0	0	5	5	9	12
TI	0	0	0	5	5	9	12
TT	16	5	5	12	9	17	16
TIEMPO DE TERMINA- CION DEL PROYECTO							
TA	0	5	9	12			
REC. DISP.	<del>3</del> 1	<del>2</del> 1	<del>1</del> 1	<del>1</del> 1			
ACT. DISP.	<del>G, A, C</del>	<del>D, B</del>	<del>F, E</del>	<del>E</del>			
INTERACCION No. 1		2	3	4			

TABLA 4. TABLA DE TRABAJO

El tiempo de inicio TI para la actividad G se iguala al tiempo actual TA y el tiempo de terminación TT se iguala al tiempo de inicio más la duración de la actividad, de tal manera que si  $TI = TA$ , entonces  $TI=0$ , de donde el TT - la calcularíamos como:

$$\begin{aligned} TT &= TI + T_j \\ &= 0 + 16 \end{aligned}$$

de esta manera determinamos TI y TT para G con un  $TA=0$ , es

tos valores los colocamos en la tabla en el lugar correspondiente. Ahora es necesario determinar si esta actividad está terminada y disponible para otras actividades futuras, con G no es necesario determinar nada, ya que esta actividad es en sí una ruta crítica. Este mismo procedimiento se repite para el resto de las actividades disponibles; en nuestro caso a las actividades G, A y C se les asigna un  $TI=0$  y se programan en este período las tres actividades, con lo cual la cantidad de recursos disponibles queda en un nivel de cero y así permanece hasta el tiempo 5, que es tiempo necesario para terminar las actividades A y C y se liberan de esta manera dos recursos los cuales deberán aparecer en tabla y podrán ser asignados con un  $TA=5$ ; de acuerdo a la relación de actividades de nuestra tabla vemos que tendremos como actividades disponibles a D y B, mismas que se programan bajo estas condiciones. Al efectuar esta programación nuestro nivel de recursos es cero, por lo que es necesario desplazar las actividades restantes hasta el próximo período que se iniciará con un  $TA=9$ , tiempo en el cual se termina B y se libera un recurso y podremos programar una de las dos actividades disponibles (F y E), en este caso se programará la actividad F y B se desplaza debido a la limitación de recursos hasta el  $TA=12$ . Tiempo en que se tendrá un recurso disponible debido a la terminación de la actividad D. Mediante este pro-

cedimiento iterativo podremos programar todas las actividades del proyecto hasta llegar a determinar su tiempo de terminación, el cual estará dado por el máximo TT, en este caso la duración será de 17 unidades de tiempo.

Para darnos cuenta de la diferencia que existe en la programación de actividades al considerar la limitación de recursos, a continuación se muestran los gráficos de Gantt para los casos de programar sin considerar limitaciones (FIG. 4) y en el caso de considerar las limitaciones de recursos (FIG. 5).

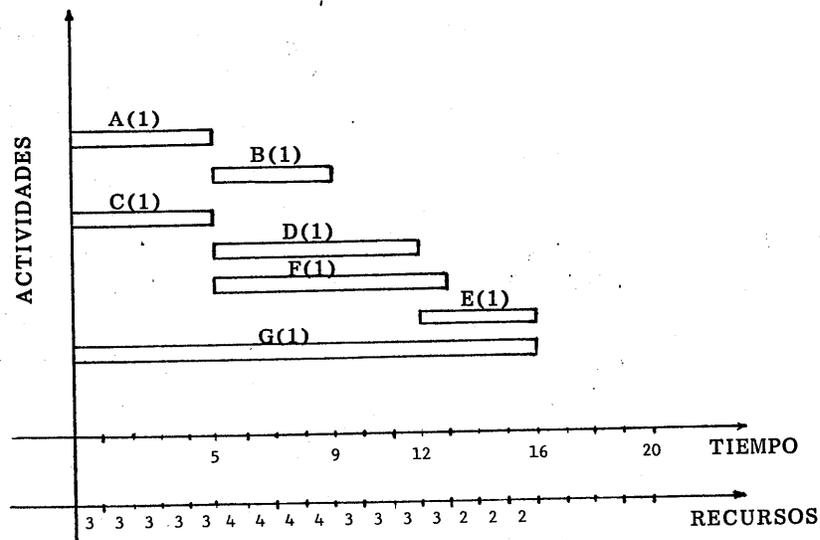


FIG. 4. PROGRAMACION DE ACTIVIDADES SIN LIMITACION DE RECURSOS.

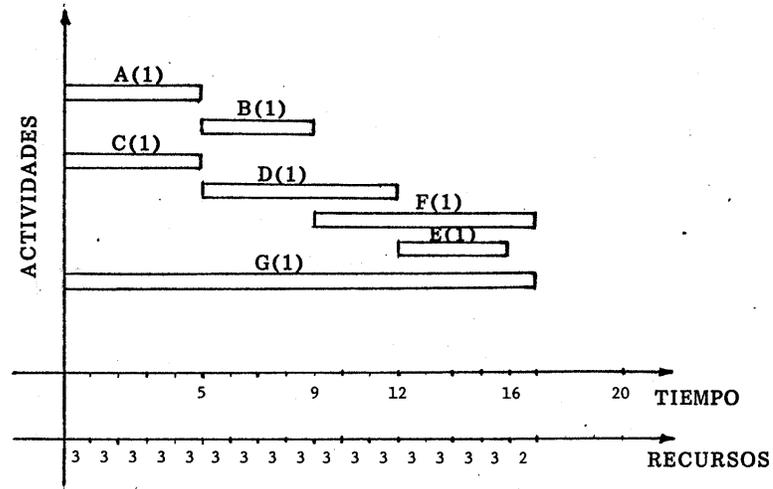


FIG. 5. PROGRAMACION DE ACTIVIDADES CON LIMITACION DE RECURSOS.

Al comparar ambas gráficas, observamos el desplazamiento que sufre la actividad F debido a la limitación de los recursos a partir del tiempo 5, este desplazamiento permite que la duración del proyecto se aumente hasta 17 unidades de tiempo, una más que la programación sin limitaciones de recursos.

Este algoritmo al igual que todos los procedimientos heurísticos nos proporcionan muy buenas aproximaciones al valor óptimo de la solución, pero este valor depende de -- los criterios utilizados en la formulación del algoritmo --

empleado. En nuestro caso por ejemplo, iniciamos trabajando en base al tiempo de control de las actividades a través de la red (ACTIM) mediante el cual llegamos a una determinada solución; se puede usar otro tipo de criterio, como por ejemplo el que sugiere William Gleeson<sup>4</sup> o Kelly<sup>5</sup>.

Si usamos la sugerencia de Gleeson que consiste en utilizar en lugar del ACTIM el producto del tiempo y los recursos necesarios para cada actividad del proyecto en forma análoga al ACTIM. Este producto por conveniencia será designado TIMRES, por ejemplo, considerando la red de la figura 6, la resolveremos utilizando ambos criterios, a fin de comparar ambos resultados:

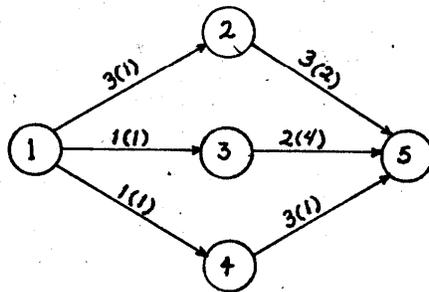


FIG. 6. RED DEL PROYECTO

ACTIVIDAD	ACTIM
1-2	6
1-3	3
1-4	4
2-5	3
3-5	2
4-5	3

4).- Cuando era estudiante de la Universidad de Arizona hizo la sugerencia a G.H. Brooks.

5).- Kelley, J.E. "The Critical Path Method: Resources Planning and Scheduling", Chapter 21 in J. Muth and G. Thompson, Eds. Industrial Scheduling, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1963.

ACTIVIDAD	1-2	1-4	1-3	2-5	4-5	3-5
DURACION	3	1	1	3	3	2
ACTIM	6	4	3	3	3	2
REQ. REC.	1	1	1	2	1	4
TRI	0	0	0	3	1	1
TI	0	0	0	3	1	8
TT	3	1	1	6	4	8
TIEMPO DE TERMINACION DEL PROYECTO						
TA	0	1	3	4	8	
REC. DISP.	<del>3</del> 2	<del>4</del> 3	<del>2</del> 5	<del>3</del> 5	3	<del>8</del> 1
ACT. DISP.	<del>1-2</del> 1-4	<del>2-5</del> 4-5	<del>2-5</del> 3-5	3-5	3-5	<del>3-5</del>
ITERACION	1	2	3	4	5	

TABLA 5. PROGRAMACION CON ACTIM.

CALCULO DE TIMRES:		ARREGLO EN ORDEN DE TIMRES	
ACTIVIDAD	TIMRES	ACTIVIDAD	TIMRES
1-2	9	1-2	9
1-3	9	1-3	9
1-4	4	3-5	8
2-5	6	2-5	6
3-5	8	1-4	4
4-5	3	4-5	3

ACTIVIDAD	1-2	1-3	3-5	2-5	1-4	4-5
DURACION	3	1	2	3	1	3
TIMRES	9	9	8	6	4	3
REC. REQ.	1	1	4	2	1	1
TRI	0	0	1	3	0	3
TI	0	0	1	3	0	3
TT	3	1	3	6	1	6
TIEMPO DE TERMINACION DEL PROYECTO.						
TA	0		1		3	
REC. DISP.	<del>3</del> 2		4		<del>3</del> 2	
ACT. DISP.	<del>1</del> 2	<del>1</del> 3	<del>1</del> 4	<del>3</del> 5	4-5	<del>2</del> 5
INTERACION	1		2		3	

TABLA 6. PROGRAMACION CON TIMRES

De los resultados obtenidos podemos decir que, mediante el algoritmo de Brooks con ACTIM, (TABLA 5) no necesariamente se obtiene el óptimo, ya que según los resultados, con TIMRES, (TABLA 6) se ahorra un 25% de tiempo total. -- Por otro lado si se cambiara alguno de los datos del proyecto, podría ser ahora, que ACTIM nos diera la mejor aproximación, esta es precisamente la complejidad inherente de la asignación óptima de los recursos, también hay que tener en mente que únicamente hemos estado considerando un solo recurso; usualmente alejado de condiciones más reales. En nuestro caso particular el trabajo lo desarrollaremos en base al criterio ACTIM, ya que este nos asegura que las actividades que están sobre la ruta crítica son las que se

asignan primero, a diferencia de TIMRES que asigna primero a las actividades con mayor requerimiento de recursos y mayor duración de tiempo, y que pueda ser que no sean actividades críticas.

d).- Asignación de Múltiples Recursos.

Los problemas de asignación de múltiples recursos, obviamente son mucho más complejos que los problemas de asignación de un solo recurso. Si consideramos que dentro de cualquier proyecto se tienen diferentes categorías de trabajos y diferentes tipos de equipos, esto nos traería como consecuencia que en dicho proyecto se manejarían un número considerable de recursos diferentes. El procedimiento desarrollado para la asignación de un recurso, también puede utilizarse para asignar los múltiples recursos, pero podría ser que surja la necesidad de una computadora para facilitar la manipulación de la información relacionada con el proyecto.

También es recomendable aclarar que únicamente se debe considerar el criterio ACTIM para este caso, ya que no es conveniente tener una mezcla o combinación de recursos con unidades de tiempo para determinar TIMRES.

Los pasos a seguir para aplicar el algoritmo de Brooks bajo el criterio ACTIM para la asignación de múltiples recursos son los siguientes:

PRIMERO:- Probar los requerimientos de recursos para cada actividad en relación a los recursos disponibles para ver si es factible alguna asignación. Este paso es siempre obvio.

Aquí cabe aclarar que, si alguna actividad requiere más recursos que el total disponible, será imposible programar dicha actividad.

SEGUNDO:- Calcular ACTIM o cualquier otro criterio de decisión para cada actividad, de manera similar o como se calcula para un solo recurso.

TERCERO:- Tabular las actividades de acuerdo a un orden de creciente de ACTIM.

CUARTO:- Construir la tabla de trabajo y se llegará a la solución. La tabla de trabajo es tan sencilla como la que se utiliza para la presentación de los resultados cuando se trabaja para un solo recurso. Las actividades disponibles y algunos otros datos no se inclu

yen. La solución progresará al final de la tabla con respecto al tiempo, hasta llegar a una solución final y el tiempo del proyecto será alcanzado.

e).-- Ejemplo Numérico.

Para ilustrar esto, consideremos la red de la figura-

7.

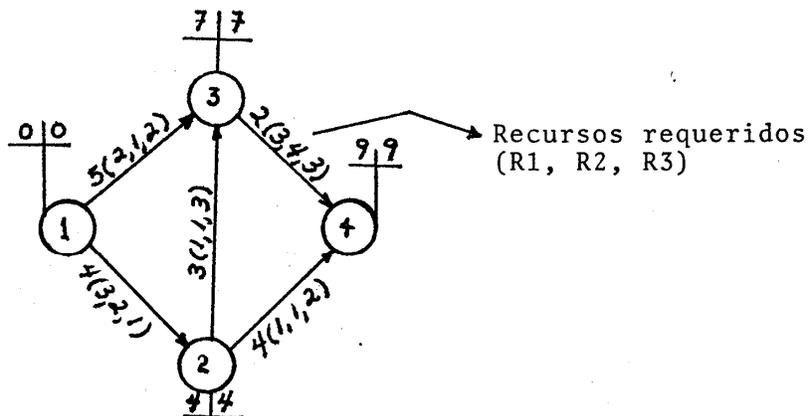


FIG. 7. RED DEL PROYECTO

Para este proyecto, se consideran disponibles 5 unidades del recurso 1, 4 unidades del recurso 2 y 4 unidades del recurso 3. De acuerdo a los pasos marcados para desarrollar el algoritmo de Brooks para asignar múltiples recursos:

PRIMERO:- Verificar los requerimientos de recursos en relación a la disponibilidad de los mismos. En nuestro --

ejemplo, ninguna actividad requiere más de los recursos disponibles, entonces podemos decir que los requerimientos son factibles y podemos continuar al siguiente paso.

SEGUNDO:- Calcular ACTIM para todas las actividades y acomodarlas de acuerdo aun orden decreciente.

TERCERO:

ACTIVIDAD	ACTIM
1-2	9
1-3	7
2-3	5
2-4	4
3-4	2

TABLA 7

CUARTO:- Construir la tabla de trabajo y empezar la asignación, y a medida que transcurra el tiempo se llegará a la solución óptima del proyecto.

TIEMPO	ACTIVIDAD	DURACION	INICIO	FINAL	REC. DISP.			ACTIVIDADES DISPONIBLES
					R1	R2	R3	
0	-	-	-	-	5	4	4	1-2, 1-3
0	1-2	4	0	4	2	2	3	
0	1-3	5	0	5	0	1	1	
4	1-2	5	-	-	3	3	2	2-3, 2-4
4	2-4	4	4	8	2	2	0	
5	1-3	5	-	-	4	3	2	2-3
8	2-4	4	-	-	5	4	4	2-3
8	2-3	3	8	11	4	3	1	
11	2-3	3	-	-	5	4	4	3-4
11	3-4	2	11	13	2	0	1	
13	3-4	2	-	-	5	4	4	

PROYECTO COMPLETO DURACION 13 DIAS.

TABLA 8. TABLA DE TRABAJO.

A continuación se establecen unos pequeños comentarios acerca de la solución obtenida, que corresponde a la columna "tiempo" de la tabla de trabajo anterior:

TIEMPO 0:- Se establecen las condiciones de inicio en la primera línea. Las actividades 1-2 y 1-3 pueden programarse en este período.

TIEMPO 4:- La primera línea da la condición inicial de los recursos después de terminar la actividad 1-2. La actividad 2-3, que es la siguiente en la secuencia ACTIM (TABLA 7) no puede programarse porque son insuficientes los recursos disponibles, pero sí puede programarse la actividad 2-4.

TIEMPO 5:- El nivel de recursos se dá una vez terminada la actividad 1-3; ninguna otra actividad puede programarse en este tiempo, dado que no se cuenta con los recursos suficientes.

TIEMPO 8:- Al terminar la actividad 2-4, se cuenta con suficientes recursos disponibles, por lo cual, podemos programar la actividad 2-3.

El proceso se continúa hasta que son programadas todas las actividades. El proyecto se termina en 13 unidades de tiempo, en comparación con las 9 unidades de tiempo que se obtienen al aplicar CPM.