IV. APLICACION DE ALGUNAS PRUEBAS ESTADISTICAS NO PARAMETRICAS.

4.1 GENERALIDADES

4.1.1. CARACTERISTICAS DE LOS MODELOS NO PARAMETRICOS

Los modelos estadísticos paramétricos expuestos con anterioridad parten de una serie de supuestos que le proporcionan al modelo una alta potencia, considerando a ésta como la probabilidad de rechazar una hipótesis cuando verdaderamente es falsa. Es obvio que en el grado en que los supuestos que el modelo requiere, se alejen de la realidad o no puedan ser aplicables, la prueba pierde potencia o simplemente no puede aplicarse.

Como consecuencia, al utilizarse un modelo estadístico paramétrico, debe analizarse primero la factibilidad de las suposiciones específicas de cada modelo. Tales suposiciones podrían ser: a) Observaciones independientes; b) Observaciones provenientes de poblaciones normales; c) La escala de medición debe ser al menos de intervalo; d) las poblaciones deben tener una misma variancia, y algunas otras. En la medida en que estos requisitos sean más fáciles de cumplir, el modelo se vuelve más práctico sin necesidad de reducir su potencia o efectividad. Bajo este criterio se han desarrollado las técnicas no paramétricas.

La aplicabilidad de estas pruebas se deriva de tres características principales: a) No suponen que los datos analizados provengan de una población normal; b) Los datos pueden tener-se en mediciones de escalas débiles, y C) el cálculo estadístico es muy simplificado. Tales características redundan en ventajas y desventajas propias de las pruebas, entre las que interesan para el estudio de mercadotecnia, principalmente se tienen la utilización de escalas débiles como la ordinal y la nominal y, la efectividad de las pruebas para datos de muestras pequeñas, como ventaja cuando se trata de estudios pilotos o poblaciones cuya naturaleza no permite muestras grandes. Uno de los aspectos fundamentales de la estadística no paramétrica es que fue desarrollada sobre la teoría de Prueba de Hipótesis, por estadísticos que no pudieron aplicar los modelos paramétricos a ciertos problemas de la investigación.

4.1.2. POTENCIA Y EFICIENCIA DE LAS PRUEBAS

En la medida en que las suposiciones de un modelo particular son menos o más débiles, los resultados o conclusiones que se obtengan de ese modelo, son más generales. Sin embargo, esta afirmación no se sostiene si se aplica a pruebas estadísticas con tamaños de muestra diferentes. Esto es, si se considera que la prueba paramétrica A requiere de suposiciones más fuertes para su aplicación que el modelo no paramétrico B, los resultados de la prueba A son más potentes que los obtenidos por la prueba B, cuando se aplican a muestras de tamaño igual a N. Sin embargo, la prueba B con una muestra mayor a N, puede ser más potente que la prueba A con una muestra de tamaño N. En otras palabras, se puede evitar el problema de la elección entre potencia y generalidad seleccionando una prueba estadística de generalidad amplia que incrementará su potencia hasta la prueba más poderosa disponible al aumentar el tamaño de la muestra.

El concepto de potencia-eficiencia se refiere al incremento en el tamaño de la muestra necesario para hacer la prueba B tan poderosa como la A. Este hecho permite evitar algunas de las suposiciones de las pruebas paramétricas, que son las más poderosas, escogiendo simplemente una prueba no paramétrica y trabajando con valores mayores de N.

4.1.3. ESCALAS DE MEDICION

La decisión de aplicar una prueba estadística determinada, se apoya en gran parte en los requisitos que debe cumplir el modelo matemático para que los resultados conserven su validez Cuando dichas suposiciones incluyen medidas de las características o fenómenos que se estudian, obviamente, debe considerarse la escala de medición utilizada para poder determinar o conocer las -- operaciones que se pueden realizar con dichas mediciones.

En la práctica un investigador utiliza la medición para asignarle números a alguna observación, de manera que mediante el análisis por manipuleo u operaciones de éstos, se pueden --

obtener nuevas informaciones del fenómeno que se está estu-diando. Cuando la medición utilizada permite la asignación de números con una estructura operacional igual a la aritmética, se pueden aplicar las operaciones de sumar, restar, dividir y multiplicar para llegar a nuevas conclusiones. Tradicionalmente, las pruebas estadísticas paramétricas y gran parte de los modelos matemáticos de investigación, se basan en este tipo de medición. Sin embargo existen fenómenos cuya naturaleza solo permite el uso de escalas "débiles" de medición en que las operaciones aritméticas son limitadas o no son posibles. La estadística no paramétrica se basa en modelos que requieren escalas débiles haciendo posible dar -- tratamiento a problemas cuyas características no permiten el uso de pruebas paramétricas para su solución.

Actualmente se conocen cuatro escalas de medición: Nominal, Ordinal, de Intervalos y de Proporción. Cada una presenta diferentes niveles de operación siendo las escalas de intervalo y de proporción sobre los que se basan los modelos paramétricos y los modelos matemáticos en su mayoría.

4.1.3.1. ESCALA NOMINAL

En esta escala la medición se da en un nivel elemental y se aplica para diferenciar o clasificar en grupos a los datos que representan la medida de alguna característica de interés, pr. ejemplo, una línea de productos electrónicos puede -

clasificarse en varios grupos o clases: A1, BX, A2, etc. La única relación que existe en esta escala es la de equivalencia e implica que los miembros de cualquier subclase deben ser equivalentes en - la propiedad que se está midiendo. Los símbolos o números que - identifican los diferentes grupos o clases en una escala nominal - son arbitrarios y pueden intercambiarse sin alterar la información esencial de la escala. La estructura operacional consiste en el - escalamiento o sea, la formación de un grupo de subclases que se excluyen mutuamente a partir de una clase dada.

El análisis estadístico de este tipo de - variables se restringe al conteo y la comparación. Por lo que la prueba binomial y la X^2 pueden ser utilizadas con esta escala.

4.1.3.2. ESCALA ORDINAL O DE RANGOS

Las observaciones medidas en esta escala se pueden ordenar debido a que existe una relación mayor a menor entre los datos o clases, sin embargo la distancia de una medida a otra no tiene significado. De esta manera si se tiene una relación entre todas los datos consecutivos, de modo que surja un rango ordenado completo, se genera una escala ordinal o escala de -- rangos.

La estructura operacional de la escala es el ordenamiento, identificando con números mayores los rangos o - clases mayores, sin importar el valor exacto de la identificación siempre que se conserve la relación mayor - menor, por ejemplo: Una medición de la preferencia de un producto puede representarse de igual manera por los números 100, 70, 40 que por excelente bueno o regular. Lo único que tiene importancia es la relación - mayor a menor, o sea que el 100(excelente) es preferente al 70 (bueno) y éste, es preferente al 40 (regular)

Las técnicas estadísticas que se basan en los rangos pueden ser aplicadas con estos niveles de medición, -- donde la mediana puede ser utilizada para describir la tendencia central de la escala. Gran parte de los modelos matemáticos de - las pruebas no paramétricas suponen las dos escalas de medición expuestas donde las pruebas paramétricas pierden su validez, al suponer escalas de intervalo o de proporción.

4.1.3.3. ESCALA DE INTERVALO

Cuando se considera en la escala ordinal la distancia que existe entre las clases o números que identifican la medición, ésta se realiza en una escala de intervalo. Se caracteriza por una unidad de medida común y constante que asigna un - número real a todos los objetos consecutivos en un conjunto ordenado, donde el punto cero y la unidad de distancia son arbitrarios Como ejemplo de escala de intervalo se tiene la medición de la temperatura en grados farenheit y Celsius, donde la unidad de distancia y el punto cero son arbitrarios, esto es, la distancia que hay entre 0 y 3 grados, es la misma que hay entre 13 y 16 donde el cero no implica la ausencia absoluta de calor.

En esta escala la estructura operacional de la diferencia es igual a la estructura de la diferencia aritmética, no siendo así para la operación de multiplicación debido a la naturaleza del punto cero. Gran parte de los modelos matemáticos de las pruebas paramétricas suponen una escala de intervalo en la que se pueden emplear desviaciones estándar, coeficientes de correlación, la prueba t y otras técnicas.

4.1.3.4. ESCALA DE PROPORCIONES

Esta escala tiene un grado más de avance en cuanto a la información proporcionada por la escala de intervalo, debido a que el cero tiene un punto fijo y significa que no hay cantidad de lo que se está midiendo. La estructura operacional es isomórfica a la estructura de la aritmética, de manera que los números aplicados en esta escala pueden sumarse, restarse, dividirse y multiplicarse. Cualquier prueba estadística puede emplearse con una escala de proporción. Se considera prudente señalar que desde el punto de vista estadístico, la distinción entre las escalas de intervalo y de proporción no tiene importancia significativa.

Con cierta frecuencia, algunos de los problemas de investigación de mercadotecnia sólo pueden medirse a través de escalas débiles con las que no se pueden aplicar modelos no paramétricos. En los siguientes puntos de este capítulo se ilustra el empleo de los modelos no paramétricos mediante la exposición de ejemplos comunes a la investigación de mercadotecnia, en los que no se conoce la distribución de la población de los datos y la escala de medición empleada es nominal y ordinal en algunos de los casos.

4.1.3.4. CARACTERISTICAS DE LAS ESCALAS (RESUMEN)

ESCALA	MEDICION	OPERACIONES	EJEMPLO
NOMINAL	CATEGORIAS O CLASES	ESCALAMIENTO CLASIFICACION	A, AA, AAA BUENO O MALO
ORDINAL	ORDEN DE LOS DATOS	CLASIFICACION ORDENAMIENTO	A B C D 0 10 16 99
INTERVALO	ORDEN Y DISTANCIA	CLASIFICACION ORDENAMIENTO DIFERENCIA	50°C, 0°C, -5°C
PROPORCION	ORDEN DISTANCIA PROPORCION	CLASIFICACION ORDENAMIENTO DIFERENCIA MULTIPLICACION	0 Km, 3 Km, 50 Km.

4.2. PRUEBAS PARA UNA MUESTRA

Las pruebas no paramétricas están diseñadas bajo la teoría de la Prueba de Hipótesis, por lo que la presentación de tales - diseños se hace en forma sistemática definiendo cada uno de los aspectos más importantes de una prueba de Hipótesis. De acuerdo con los objetivos del presente trabajo, todos los ejemplos de -- aplicación están hechos para problemas comunes de la Investiga-- ción de Mercadotecnia. En este punto se ilustra el uso de las - técnicas en los casos en que se dispone de datos provenientes de una sola muestra, entre las pruebas más importantes se tienen a la binomial, la X^2, la prueba de rachas y la prueba de Kolmogorov para bondad de ajuste.

4.2.1. LA PRUEBA BINOMIAL

Esta es la única prueba que aparece dentro de la estadística paramétrica y la no paramétrica, pero, de acuerdo con - la bibliografía consultada la binomial es una prueba no paramétrica, primero porque no supone la normalidad de los datos y segundo porque la escala de medición es nominal. Anteriormente ya se - - ejemplificó con esta prueba.

4.2.1.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- La muestra está integrada por --

los resultados de n experimentos independientes, agrupados en dos clases mutuamente excluyentes: Clase I ó r éxitos (resultado que indica que el evento de interés ha ocurrido r veces) y la clase II ó n-r fracasos.

SUPOSICIONES.- a) Las n repeticiones del experimento son independientes. b) P es la probabilidad de éxito y se mantiene constante a través de todas las repeticiones.

HIPOTESIS.- Se consideran sólo las hipótesis de una sola cola a causa de que son las más comunes en estos estudios. Sea P_0 una constante ($0 \leq P_0 \leq 1$) que representa la probabilidad de ocurrencia de los resultados clase I, las hipótesis de interés son:

a) $H_0 : P \leq P_0$

$H_1 : P > P_0$

b) $H_0 : P \geq P_0$

$H_1 : P < P_0$

ESTADISTICO.- La variable estadística se representa por X, que indica el número de veces en que ocurre un evento de la clase I ó éxitos. $X \sim Bin(n,P)$.

REGLA DE DECISION.- Esta regla permite rechazar o aceptar la hipótesis nula H_0. Para los casos de una cola la regla es:

a) En este contraste la región crítica se dá en la cola derecha. Si α se define como la probabilidad de rechazar H_0 cuando en realidad es verdad, entonces se rechaza cuando: $X \geq X_{(\alpha, n, P_o)}$ donde X_α es el número de éxitos máximo permitido para una probabilidad $(1-\alpha)$, determinados a partir de la tabla 1.

b) La región crítica se encuentra en la cola izquierda. Se rechaza H_0 cuando $X \leq X_{(1-\alpha, n, P_o)}$.

4.2.1.2. EJEMPLO DE APLICACION

Considere el siguiente caso: Actualmente se tienen tres servicios de lavandería cerrados durante el día domingo. Se ha realizado un estudio preliminar de la situación local y se ha determinado que conviene mantener abiertos los servicios durante ese día si al menos un 25% de sus consumidores potenciales manifiesta que utilizaría las máquinas lavadoras. De acuerdo con el presupuesto de la investigación se decide tomar una muestra aleatoria de 50 amas de casa, en las manzanas vecinas a estos tres establecimientos.

Se define p como la proporción de consumidores potenciales que utilizaría el servicio durante los domingos. Se establecen las siguientes hipótesis:

$H_0 : P \leqslant 0.25$

$H_1 : P > 0.25$

Con una probabilidad $\alpha = 0.1$ de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera.

Se realiza la labor de campo y los entrevistados observan que solo 18 de las señoras entrevistadas pueden considerarse como clientes potenciales. A cada una de estas personas se les consultó sobre la necesidad de disponer del servicio durante los domingos y 7 respondieron favorablemente.

Como la distribución binomial es de una variable discreta, no hay valor exacto para $X_{(0.1,\ 18,\ 0.25)}$. Pero el nivel de significancia de que se obtengan 7 ó más respuestas favorables, es del 13.9% por lo que no se puede rechazar H_0 y se concluye que la proporción de consumidores es menor o igual al 25%. Con esta información se opina que no sería favorable abrir los servicios durante los días domingos.

4.2.1.3. APROXIMACION NORMAL PARA MUESTRAS GRANDES

Cuando se tiene un tamaño de muestra mayor de 25 y un valor de P cercano a 0.5 se puede utilizar la normal para aproximarla a la binomial. En esta situación, para n grande se sabe que:

$$X \sim Bin(n,P) \quad y,$$

$$Z = \frac{X - nP}{[nP(1-P)]^{\frac{1}{2}}} \sim N(0,1)$$

Como consecuencia se puede utilizar Z_{α} como valor crítico, utilizando la distribución normal en vez de la binomial. Las reglas de decisión permanecen iguales. Este caso ya se consideró en el ejemplo de la prueba de hipótesis bajo el análisis paramétrico pero, tomando como variable el valor de P, donde :

$$Z = \frac{P - P_o}{[P_o(1-P_o)/n]^{\frac{1}{2}}}$$

Los valores críticos se obtienen a partir de la tabla de la normal (1).

4.2.2. PRUEBA X^2 PARA BONDAD DE AJUSTE

Esta es una prueba de tipo preliminar, cuando se piensa utlizar alguna prueba estadística paramétrica y se requiere conocer la distribución de la población, o bien, cuando se sospecha de los parámetros de la población y se desea establecerlos con bases estadísticas. Por lo general, las suposiciones se hacen antes de tomar los datos, de manera que no se esté influenciado por ello. El principio del funcionamiento de la prueba, -- parte de la comparación entre el valor esperado de cada clase y el valor observado, $(O_i - E_i)^2/E_i$, cuya suma sigue una distribución X^2 que se utiliza para establecer los valores críticos para la regla de decisión. Cuando no se tienen datos acerca de los parámetros, la prueba puede aplicarse determinando un número adecuado de clases ($K = 1 + 3.3 \text{ Log } n$; donde K es el número ideal de clases) y estimando los parámetros a partir de los datos de la muestra. El valor crítico se obtiene de la X^2 con (K - 1 - no. de parámetros estimados) grados de libertad.

4.2.2.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Consisten de n observaciones independientes agrupados en K clases, donde O_i es el número de observaciones de la clase i-ésima.

SUPOSICIONES.- a) La muestra es aleatoria

b) La escala es cuando menos nominal.

c) La probabilidad P_i de - que se obtengan observaciones de la clase i-ésima, es constante para cada valor de la clase.

HIPOTESIS.- Se considera $F(x)$ como la distribución desconocida de las observaciones y $F^*(x)$ una distribución específica de la cual se sospecha o se tienen antecedentes. La hipótesis se establece:

a) $H_0 : F(x) = F^*(x)$

$H_1 : F(x) \neq F^*(x)$

ESTADISTICO.- Se define E_i como el valor esperado en la clase i.

$$E_i = nP_i$$

$$T = \sum_{i=1}^{k}(O_i - E_i)^2/E_i = \sum_{i=1}^{k} O_i^2/E_i - n$$

REGLA DE DECISION.- La distribución exacta de T es muy complicada y se utiliza la aproximación de la X^2:

$$T \sim X^2_{(K-1)}$$

y se rechaza H_0 si:

$$T > X^2_{\alpha,(K-1)}$$

PRECAUCIONES ESPECIALES.- Si varios valores de E_i son pequeños, la aproximación a X^2 no es buena, por lo que debe cuidarse que:

a) Las clases o celdas con $E_i < 5$ no sean más del 20%

b) Ningún valor E_i debe ser menor de 1.

4.2.2.2. EJEMPLO DE APLICACION

Considere el caso de la presentación de un nuevo producto: Una firma productora de embutidos estudia la posibilidad de introducir una nueva variedad de salchichas. De experiencias anteriores se ha observado que los cambios en el color de la salchicha afectan sensiblemente la demanda. Con la finalidad de determinar el mejor color, si es que éste afecta la demanda, se diseña el siguiente experimento: Se toma una muestra aleatoria de 200 amas de casa de la región que se abastece y se les proporciona 4 Kg. de salchichas, uno de cada color: salmón, roja, anaranjada y rosa. Se les informó además que el sabor y la calidad de la salchicha dependía del color de ésta y que se regresaría dentro de un mes a entrevistarlas de nuevo.

La hipótesis nula establece que el color no influye por lo que igual número de amas de casa prefiere un mismo tipo de salchichas. Esto es:

H_o : $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0.25$

H_1 : Al menos 1 es diferente

El nivel de significancia fué del 5%

Después de un mes, se entrevistó a las amas de casa mencionadas y se les entregó un Kg. de salchichas del sabor que más les gustó.

Los resultados fueron los siguientes:

Producto	Color de la salchicha	No. de amas de casa
1	Naranja	50
2	Rosa	75
3	Roja	30
4	Salmón	45

Los valores esperado bajo H_o son:

$$E_1 = n\ P_1 = 200\ (\tfrac{1}{4}) = 50$$

$$E_2 = n\ P_2 = 200\ (\tfrac{1}{4}) = 50$$

$$E_3 = n\ P_3 = 200\ (\tfrac{1}{4}) = 50$$

$$E_4 = n\ P_4 = 200\ (\tfrac{1}{4}) = 50$$

El cálculo del estadístico T es:

i	O_i	E_i	(O_i-E_i)	$(O_i-E_i)^2$	$(O_i-E_i)^2/E_i$
1	50	50	0	0	0
2	75	50	25	625	12.5
3	30	50	-20	400	8.0
4	30	50	5	25	0.5
$\sum$	200	200			21.5

$$T = \sum_{L=1}^{4} \frac{(O_i-E_i)^2}{E_i} = 21.0$$

La prueba se hace con $\alpha = 0.05$, de la tabla 4:

$$X^2_{0.05(3)} = 7.82$$

Con lo cual se rechaza H_0 y se concluye que el color sí influye en la aceptación de la salchicha. De los datos obtenidos del experimento se puede suponer la siguiente distribución:

$$P_1 = 0.25, \quad P_2 = 0.35, \quad P_3 = 0.15, \quad P_4 = .025$$

y probar ésta como hipótesis nula con una muestra más pequeña, o bien, suponer que la salchicha rosa es aceptada a un 35% o más, y probar la hipótesis con una prueba binomial.

4.2.3. LA PRUEBA DE RACHAS DE WALD - WOLFOWITZ

Esta se utiliza para comprobar la aleatoriedad de -

la muestra, como una prueba preliminar tanto en las pruebas paramétricas como en las no-paramétricas. Es común que debido a un mal diseño del muestreo, o la dificultad de la labor de campo, ausencia de los entrevistados u otros factores, la toma de la muestra puede verse alterada y perder su aleatoriedad. La prueba de rachas puede descubrir si la muestra es aún aleatoria o si es necesario tomar otra, o bien continuar con el análisis estadístico aún cuando la aleatoriedad esté en duda.

La idea básica de la prueba consiste en analizar la sucesión en que se presentan las series o rachas de un tipo de resultado, esto es, sería muy sospechoso, por ejemplo, que al lanzar 20 veces una moneda, 10 veces consecutivas apareciera un águila y las otras 10, una cara, puesto que es un experimento aleatorio, lo más probable es que se presenten rachas en un orden aleatorio. La técnica consiste en observar las rachas y de acuerdo con la tabla 3, calcular la probabilidad de este número y determinar que se puede o nó afirmar que la muestra es aleatoria.

4.2.3.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Los datos observados se agrupan en el orden de ocurrencia y se pueden clasificar en dos tipos (+,-). La escala es al menos nominal.

SUPOSICIONES.- Los datos pueden separarse en dos clases.

HIPOTESIS.- Como se prueba la aleatoreidad de la muestra, las hipótesis son:

H_0 : El proceso que genera la muestra, es aleatorio

H_1 : Las variables aleatorias en la sucesión son dependientes o se distribuyen diferentes unas de otras.

ESTADISTICO.- Se designa a T = Número de rachas.

REGLA DE DECISION.- La prueba es de 2 colas y los valores críticos de T, se encuentran tabulados en la tabla 3. Se rechaza H_0 si $T_{(\alpha/2)} \leq T < T_{(1-\alpha/2)}$ $N_1 \leq N_2$ donde N_1 - es el número de eventos de una clase y N_2 es la otra.

4.2.3.2. EJEMPLO DE APLICACION

En el objetivo de determinar la preferencia de dos nuevas clases de café, cada miembro de un panel de 17 catadores profesionales es consultado aleatoriamente para que establezca la preferencia en seis diferentes pruebas. El orden en que se le presentan las clases de café es aleatorio y utilizando las letras A y B para identificarlos, se obtienen los resultados dados posteriormente.

El café tipo A, pudo haber sido elegido 0,1,2,3,4,5 ó 6 veces por cada catador. Sumando el número de veces en que fué preferido se obtuvo la siguiente muestra:

Catador :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Café :	3	1	4	3	1	3	1	4	1	0	3	2	2	2	1	2	3

Dado que se requiere saber la diferencia de preferencias, se parte de la hipótesis nula de que la probabilidad de aceptación es la misma para cualquier clase de café.

Antes de iniciar el cálculo estadístico, se prueba la aleatoriedad de los datos de la siguiente manera:

H_0 : Los datos son aleatorios

H_1 : Los datos no son aleatorios

a) Se ordenan los datos para obtener su mediana:

0,1,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,3,4,4.

Donde la mediana es 2

b) Se clasifican los datos observados identificándolos con (0) si están en empate con la mediana y (+) si están por debajo de la mediana y (+) si estan por arriba, y se obtiene la siguiente sucesión de rachas:

(+,-,+,+,-,+,-,+,-,-,+,0,0,0,-,0,+)

Donde T= 11, n_1=6 y n_2=7. Los empates -- (0)no se consideran y de la tabla 5, con un nivel de significancia de 0.05, en dos colas:

$$T_{(1-\alpha/2)} = 3$$

$$T_{(\alpha/2)} = 12$$

Como T = 11 está dentro de los límites críticos, se acepta H_0 y se afirma que los datos provienen de - una muestra aleatoria.

Para resolver el problema se utiliza la prueba X^2 para bondad de ajuste.

4.2.3.3. APROXIMACION NORMAL PARA MUESTRAS GRANDES

Con frecuencia se tienen muestras de tamaños menores que los que aparecen en las tablas (n_1 y $n_2 > 20$). En estos casos se puede utilizar la aproximación normal, utilizandose el estadístico Z:

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{T - \left(\frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1\right)}{\left[\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1n_2)^2(n_1+n_2-1)}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Donde: $E\ T = \mu_T = \dfrac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$

$$V\ T = \sigma^2_T = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}$$

La regla de decisión será rechazar H_0 cuando:

$$Z_{(\alpha/2)} < Z < -Z_{(\alpha/2)}$$

donde: $Z \sim N(0,1)$

4.2.4. LA PRUEBA DE KOLMOGOROV PARA BONDAD DE AJUSTE

Esta prueba está diseñada para utilizarse con muestras pequeñas de poblaciones contínuas, siendo más poderosa que la prueba X^2 ya que no desperdicia información por no necesitar agrupar los datos en clases.

Puede utilizarse además en poblaciones discretas pero en estos casos, el nivel de significancia real es menor que el especificado. El principio en que se basa el funcionamiento de la prueba, parte de una comparación entre la función acumulada de la distribución observada en los datos, y la función acumulada de una distribución hipotética. El grado máximo de diferencia es el indicador para determinar si las funciones de distribución real y la hipotética son similares, como se observa en la siguiente figura:

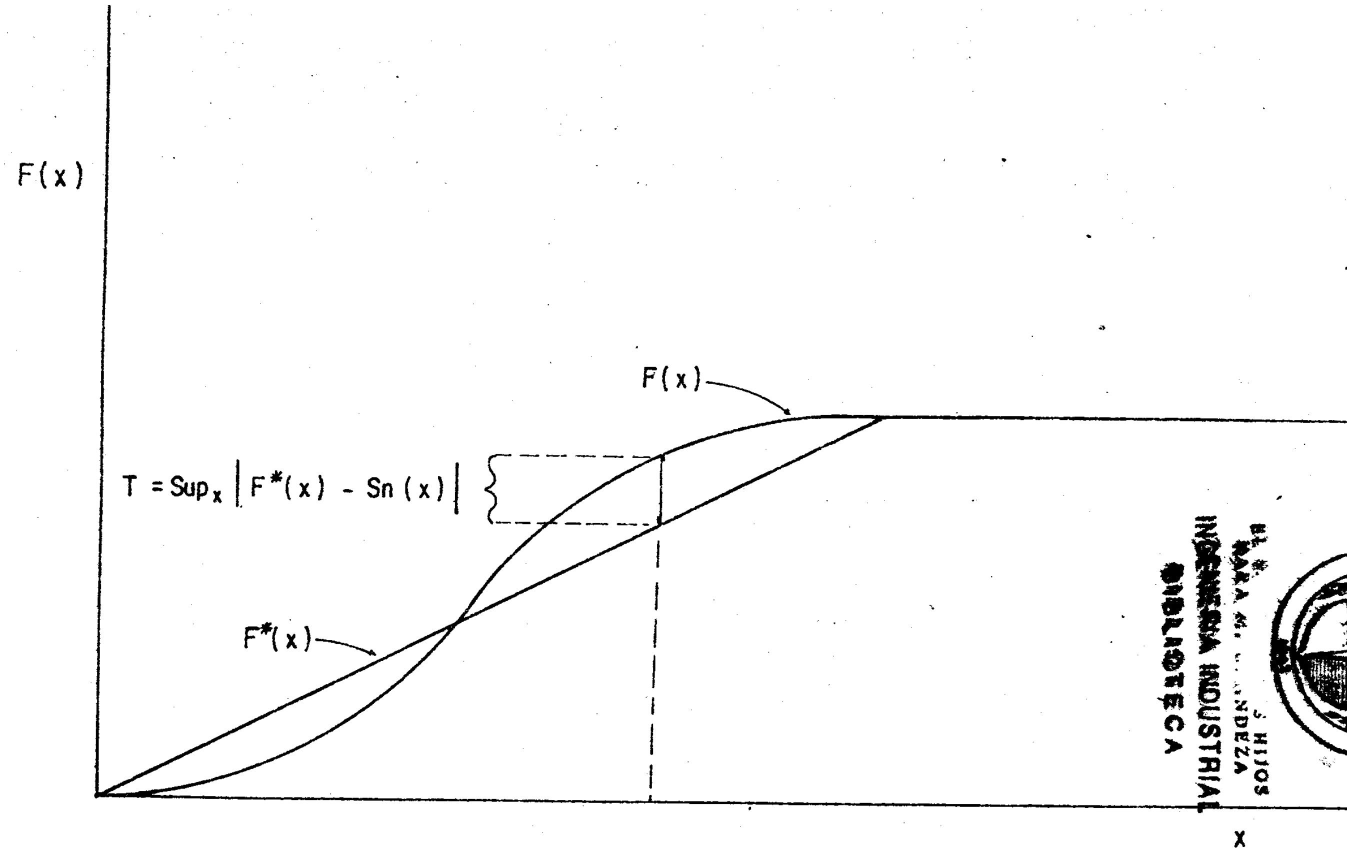

Fig. 4-A Diferencia Máxima entre la distribución acumulada empírica y la distribución acumulada hipotética $F^{*}(x)$

INGENIERIA INDUSTRIAL
BIBLIOTECA

La prueba puede utilizarse cuando se tiene información sobre parámetros de la población procedente de algún estudio preliminar o problemas similares. Considérese el caso de los gustos o preferencias de la gente por los diferentes grados de colores, sabores, usos, etc. de varios productos. Si los colores oscuros de telas son más preferidos que los colores claros por los habitantes de cierta región, la producción se orientará en ese sentido. Lo mismo sucede con los sabores ácidos o dulces de ciertos alimentos, con el uso prolongado o corto de ciertos productos que pueden ser desechables, y así por el estilo.

En algunos de estos problemas las mediciones sólo pueden hacerse en escalas débiles con las que no se pueden aplicar los modelos paramétricos para ese tipo de problemas.

4.2.4.1 METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Se tiene una muestra aleatoria $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ de una función de distribución desconocida $F(X)$.

SUPOSICIONES.- a) La escala de medición es al menos ordinal.

b) La función de distribución es contínua.

HIPOTESIS.- Las hipótesis pueden establecerse en tres sentidos: Que la acumulada empírica, o sea la acumulada de la distribución hipotética ($F^*(X)$) sea igual a la acumulada observada; o bien que sea mayor o menor. El caso que más interesa es el primero de manera que la hipótesis queda:

$$H_0: F(x) = F^*(x)$$

$$H_1: F(x) \neq F^*(x)$$

ESTADISTICO.- Debido a que la prueba se basa en la diferencia de dos acumuladas, el estadístico se define como "El supremo sobre x del valor absoluto de la diferencia entre la acumulada teórica y la acumulada observada, $F^*(x) - Sn(x)$" donde:

Sn= (Número de observaciones menores o iguales que x)/n, y:

$$T = \left| \sup_x \left[F^*(x) - Sn(x) \right] \right|$$

REGLA DE DECISION.- Se rechaza H_0 al nivel de α si T excede a $T_{\alpha,n}$ de la tabla cuatro, la cual proporciona los valores críticos de T.

4.2.4.2. EJEMPLO DE APLICACION

La instalación de una pequeña planta productora de jugo de naranja en una región determinada, ha sido aprobada por una empresa cooperativa. De acuerdo con algunas observaciones preliminares, el departamento de Mercadotecnia sospecha que existe una marcada diferencia por los sabores dulces en esta población. Antes de fijar el grado de dulzura para la producción se realiza una investigación con una muestra aleatoria de veinte personas.

El departamento de Mercadotecnia ha elaborado una serie de jugos con cinco diferentes grados de acidez y dulzura (a,b,c,d y e, donde a es el menor y e el mayor grado de dulzura). A las personas de la muestra se les proporciona suficiente cantidad de los tipos de jugos para consumir durante quince días, después de los cuales son consultados sobre el sabor preferido.

Si en realidad existe alguna preferencia por los sabores dulces, se espera que aparezcan más elecciones de éstos que de sabores ácidos, de no ser así, se espera el mismo número de elecciones de sabores ácidos y dulces.

Con un nivel de significancia del 5%(debido a la escala utilizada) se prueban las siguientes hipótesis:

H_0: No hay diferencia entre el número esperado de elecciones para cada grado de acidez-dulzura, que se rigen por una distribución uniforme, ésto es: $P_a=P_b=P_c=P_d=P_e$.

H_1: Existe diferencia, al menos un grado de acidez-dulzura tiene diferente preferencia.

Los datos obtenidos del muestreo son los siguientes:

Persona:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Grado:	a	c	b	b	b	c	a	d	d	e
Persona:	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Grado:	b	a	c	d	e	d	d	c	e	a

Tabulando los datos se obtiene el siguiente cuadro:

Grado de acidez	Frecuencia observada	F*(x)	Sn(x)	$\lvert F^*(x) - Sn^*(x) \rvert$
A	4	0.2	0.2	0.0
B	4	0.4	0.4	0.0
C	4	0.6	0.6	0.0
D	5	0.8	0.85	0.05
E	3	1.0	1.0	0.0

Donde: $T = \left| Sup_x \left[F^*(x) - Sn(x) \right] \right|$

$= 0.05$

De la tabla seis: $T_{(0.05,20)} = 0.294$

Por lo que se rechaza H_0 y se acepta que si hay diferencia significativa en las preferencias, como la diferencia máxima se presenta en el grado D de acidez dulzura, se presume que son preferidos los sabores dulces.

Se ha bosquejado hasta este punto, la utilización de cuatro pruebas no paramétricas de las cuales tres de ellas son del tipo de bondad de ajuste y la restante sirve para comprobar la aleatoreidad de la muestra. La elección de la prueba para el diseño experimental está en función del nivel de medición, tamaño de la muestra, número de clases utilizadas y potencia de la prueba.

La prueba Binomial es la de mayor grado de uso y puede aplicarse solo con dos clases de datos y con tamaños pequeños de muestra, donde la X^2 es inoperante.

La prueba X^2 debe aplicarse cuando los datos estan agrupados en categorías y las frecuencias esperadas sean suficientemente grandes.

Estas pruebas disminuyen su potencia cuando se trata de hipótesis que consideran el orden de los datos.

La prueba de Kolmogorov debe ser aplicada cuando la variable considerada tiene una distribución contínua, debido a que esta prueba trata las observaciones individuales, es más poderosa en todos los casos donde puede aplicarse la X^2.

En sí, estas pruebas complementan a las paramétricas, ya que ninguna de ellas podría aplicarse a los casos mencionados. La ventaja básica observada es la ausencia de suposiciones acerca de la distribución de la población y la aplicación de escalas débiles de medición. Existen algunas variaciones a las pruebas descritas para otros casos más particulares que pueden analizarse en la bibliografía de final del capítulo.

4.3. PRUEBAS PARA DOS MUESTRAS RELACIONADAS

Este tipo de pruebas se han desarrollado básicamente para resolver planteamientos sobre la aplicación o uso de dos tratamientos como métodos de entrenamiento o aprendizaje, diferentes tipos de publicidad, uso de productos mejorados, entre otros. Esto se puede solucionar en el enfoque paramétrico aplicando los tratamientos a dos muestras provenientes de la misma población y comparando las medias muestrales para observar si hay alguna diferencia significativa o bien, formando pares de elementos de la misma población y aplicar un tratamiento diferente a cada elemento del par y hacer una prueba de hipótesis para la media de las diferencias utilizando la prueba t. Sin embargo, estos métodos suponen normalidad y al menos una escala de intervalo y la media muestral resulta ser muy sensible al cambio en los valores de los datos en muestras pequeñas, por lo que en algunos casos no pueden aplicarse con todo el rigor del modelo.

Las pruebas no paramétricas para el caso de dos muestras relacionadas que se exponen en las siguientes páginas son: La prueba de los Signos, La de Mcnemar y la Prueba de Rangos de Wilcoxon. A diferencia de la prueba t, son independientes de la población y se desarrollan sobre el comportamiento de la mediana que es menos sensible que la media muestral, a los valores de los datos observados.

4.3.1. LA PRUEBA DE LOS SIGNOS

Esta prueba debe su nombre al uso de los signos más y menos en la medición en vez de cantidades. Es particularmente útil cuando la medición cuantitativa es difícil de lograr o no es práctica, como sucede con las preferencias entre dos servicios o productos. La prueba no exige suposiciones acerca de la distribución que siguen las diferencias ni requiere que todos los sujetos se tomen de la misma población.

De acuerdo con el método de esta prueba, la hipótesis nula establece que $P(X_i > Y_i) = P(X_i < Y_i) = \frac{1}{2}$, donde X_i es el valor observado antes del tratamiento y Y_i es el valor después - de aplicar dicho tratamiento. Al aplicar las pruebas de los signos, la observación se orienta en el sentido de las diferencias resultantes (X_i, Y_i), denotando con el signo más o menos la dirección de la diferencia. Si la H_0 es verdadera se espera que la mitad de las diferencias sea negativa y la otra mitad sea positiva. Si hay muy pocas diferencias de un signo, H_0 es rechazada de acuerdo al criterio de decisión elegido.

4.3.1.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Se tienen n pares de observaciones $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\ldots\ldots,(X_n,Y_n)$. Este apareamiento debe hacerse en base a un criterio válido.

SUPOSICIONES.- a) Los n pares de observaciones son independientes.

b) La escala de medición es al menos ordinal dentro de cada par.

HIPOTESIS.- En base a la Mediana:

a) $H_o: M_x = M_y$

$H_1: M_x \neq M_y$

b) $H_o: M_x \geq M_y$

$H_1: M_x < M_y$

c) $H_o: M_x \leq M_y$

$H_1: M_x > M_y$

ESTADISTICO.- Se hace la comparación dentro de cada par. Se clasifica como (+) si $X_i < Y_i$, como (-) si $X_i > Y_i$ y como (0) si $X_i = Y_i$.

T=Número de pares clasificados como (+)

n'= Número de (+) más número de (-)

REGLA DE DECISION.- Bajo H_o, $T \sim Bin(n';0.5)$ la regla de decisión es:

a) Rechazar H_o si $T_{(\alpha/2)} < T < T_{(1-\alpha/2)}$

b) Rechazar H_o si $T > T_{(\alpha)}$

c) Rechazar H_o si $T < T_{(1-\alpha)}$

Donde los valores de -- $T_{(\alpha)}$ y $T_{(1-\alpha)}$ se obtienen de las tablas de la Binomial para n' y p = 0.5 .

4.3.1.2. EJEMPLO DE APLICACION

Una firma productora de artículos de limpieza para el calzado, tiene un nuevo producto después de seis - meses de investigación. Se piensa que desplazará a los lustradores líquidos ya que la aplicación del nuevo artículo denominado "Mixpiel", se hace frotando el calzado sin importar su color. -- Con el objeto de determinar la aceptación de este producto, se selecciona una muestra simple aleatoria de 18 consumidores, a -- los cuales se les proporcionan lustradores líquidos y Mixpiel, para ser utilizados durante un mes.

Después de este período, se entrevista a las personas seleccionadas y de acuerdo con sus preferencias los productos fueron clasificados en una escala de excelente, bueno regular y malo, representados con los números 4, 3, 2 y 1 respectivamente.

Para probar la hipótesis de que el nuevo producto es mejor, se utiliza la prueba de signos, ya que la escala de medición es ordinal. Considerando a X_i como el valor obtenido para el lustrador líquido y Y_i el valor obtenido por el producto Mixpiel, las hipótesis quedan:

$$H_0: \quad M_x \geq M_y$$

$$H_1: \quad M_x < M_y$$

Considere un $\alpha = 0.05$

Las preferencias manifestadas por los entrevistados fueron:

ENTREV.	LUST. LIQ.	MIXPIEL	$(Y_i - X_i)$
1	3	3	0
2	2	4	+
3	3	1	-
4	3	4	+
5	1	3	+
6	4	3	-
7	4	4	0
8	1	2	+
9	3	4	+
10	1	4	+
11	2	2	0
12	2	3	+
13	4	3	-
14	3	1	-
15	4	4	0
16	1	3	+

17	1	2	+
18	3	4	+

De la tabla anterior:

T = No. de (+) = 10

n'= 14

Consultando la tabla tres, para n' = 14 y p = 0.5, luego $P(t \geq 10) = 0.0898$ o sea que se tendrían 10 o -- más (+) en un 9% de los casos que se tomaran muestras. Por lo que la hipótesis nula se puede rechazar y se concluye que los - dos productos tienen la misma aceptación. Sin embargo el resultado que se obtuvo tenía una baja probabilidad de aparecer, esto es 0.09 y dado que apareció se afirma que el nuevo producto tiene -- una aceptación ligeramente mayor, pero no a un nivel significativo de alfa igual al 5%.

4.3.1.3. APROXIMACION NORMAL PARA MUESTRAS GRANDES

Si n es mayor de 20, puede utilizarse la aproximación normal a la distribución binomial. De esta manera - se tiene:

$$\mu = n'P = n'/2$$

$$\sigma^2 = n'P(1-P) = n'/4, \quad y;$$

$$Z = \frac{(T - n'/2)}{\sqrt{n'}\ /2} \sim N(0,1)$$

La aproximación resulta excelente cuando se aplica una corrección por continuidad. La corrección se hace reduciendo la diferencia entre el número observado de signos positivos(+) y el número esperado, en 0.5, el valor de Z queda:

$$Z_c = \frac{(T \pm 0.5) - \frac{1}{2}n'}{\frac{1}{2}\sqrt{n'}}$$

De las tablas de la normal estándar (1) se obtienen los valores críticos de $Z_{(1-\alpha)}$ y Z_{α} para la aceptación o rechazo de la hipótesis nula.

4.3.2. LA PRUEBA DE MCNEMAR PARA LA SIGNIFICACION DE LOS CAMBIOS

En algunas ocasiones al aplicar un tratamiento, la medición de los resultados solo se puede hacer en una escala nominal y ordinal. La efectividad de un tratamiento (una reunión, un panfleto enviado por correo, una visita personal, etc.) particular sobre preferencias o gustos de la gente, puede ser medida con una prueba de Mcnemar. El efecto de una campaña de publicidad con frecuencia se mide a través del aumento de las ventas, sin embargo, la campaña efectivamente puede inducir a la compra del producto, pero al momento de realizarla, el producto no es lo deseado y el consumidor desiste de la compra. En estos casos el índice de aumento en las ventas no representa realmente la - efectividad de la promoción.

Mediante la utilización de esta prueba puede medirse la efectividad mostrada con un determinado grupo antes de programar la publicidad en gran escala.

En realidad esta prueba es una variación de la prueba de signos y se aplica en estudios que la gente puede partici-cipar como su propio control donde la medición nominal se utiliza para señalar el cambio. Por lo común se aplica a muestras grandes.

4.3.2.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Se tienen n observaciones apareadas (X_i, Y_i) y la escala de medida para X y Y es nominal con -- dos categorías llamadas "0" y "1", es decir, los posibles valores de (X_i, Y_i) son: (0,0), (0,1), (1,0) y (1,1). Como se muestran en el siguiente cuadro.

	$Y_i = 0$	$Y_i = 1$
$X_i = 1$	a = No. de pares (1,0)	b = No. de par. (1,1)
$X_i = 0$	c = No. de pares (0,0)	d = NO. de par. (0,1)

SUPOSICIONES.- a)Los pares (X_i, Y_i) son independientes.

b) La escala es nominal con dos categorías.

HIPOTESIS.- Se establece como H_o que el tratamiento no tiene efecto contra una H_1 de que si afecta:

$$H_o : P(X_i=0, Y_i=1) = P(X_i=1, Y_i=0)$$

$$H_1 : P(X_i=0, Y_i=1) \neq P(X_i=1, Y_i=0)$$

ESTADISTICO.- Como el cambio de 0 a 1 significa un cambio favorable, los pares se clasifican:

(0,1) = (+)

(1,0) = (-)

(0,0) = (0)

(1,1) = (0)

De manera que:

a = No. pares (-)

d = No. pares (+)

$b + c$ = No. pares (0)

y: $n' = a + d$

El estadístico T es igual al No. de signos (+), donde $T \sim Bn(n', \frac{1}{2})$

REGLA DE DECISION.- La regla sería la misma que en una prueba del signo de dos colas. Sin embargo, esta prueba es poco sensible para muestras pequeñas, por lo que se utiliza la X^2 para aproximarla:

$$T \sim Bn(n', \tfrac{1}{2})$$

$$Z = \frac{(T - n'/2)}{\frac{1}{2}(n')^{\frac{1}{2}}} \sim N(0,1)$$

Se define:

$$T^* = \frac{(T - n'/2)^2}{n'/4}$$

Luego:

$$T \sim X^2_{(1)}$$

$$T^* = \frac{[d - (a+d)/2]^2}{(a + d)/4} = \frac{(a - d)^2}{a + d}$$

Haciendo la corrección por continuidad:

$$T^* = \frac{([a - d] - 1)^2}{a + d}$$

La regla de decisión es rechazar H_0 si $T^* > X^2_{\alpha(1)}$

4.3.2.2. EJEMPLO DE APLICACION

Una empresa vendedora de libros tiene problemas financieros por exceso de inventarios. El departamento de mercadotecnia ha propuesto la siguiente estrategia de promoción para ayudar a resolver el problema.

Se obsequiará un libro de hasta $120.00 pesos, si el cliente compra libros de esa misma editorial, con un importe de 300 a 450 pesos. Si el importe excede de 450 pesos, el libro obsequiado podrá ser hasta de 200. El nivel de precios de los libros se aumentó en un porcentaje que permite la recuperación de los libros obsequiados de esa misma editorial.

Se piensa que la estrategia será un éxito si se apoya con una publicidad por medio de la radio y la prensa. Antes de iniciar la promoción en toda la cadena de tiendas se toma una muestra aleatoria de 200 personas. Se les men--

meciona textualmente el mensaje que aparecerá en la radio y se les proporciona el volante cuya copia aparecerá en la prensa. -- Bajo el supuesto de que el consumidor reaccionará de igual forma que ante la radio y la televisión, se les pregunta su deseo de hacer sus compras en la empresa mencionada, antes y después de - iniciarse la promoción.

El 9% de la muestra fueron consumidores que manifestaron sus desos de comprar en cualquier otra tienda. El 15% resultó ser un grupo de consumidores potenciales que haría sus compras y el 40% se constituyó de consumidores habituales. Se aplica la prueba de Mcnemar con $\alpha = 0.05$

Planteamiento de la Hipótesis:

$$H_0: P(X_i=0,Y_i=1) = P(X_i=1,Y_i=0)$$

$$H_1: P(X_i=0,Y_i=1) \neq P(X_i=1,Y_i=0)$$

Donde X_i representa el individuo i antes del tratamiento y Y_i después; (0) indica que no haría sus compras y (1) que sí las haría.

Tabulacion de Resultados:

	$Y_i = 0$	$Y_i = 1$
$X_i = 1$	a = No. de (1,0) = 18 (-)	b = No. de (1,1) = 62 (0)
$X_i = 0$	c = No. de (0,0) = 90 (0)	d = No. de (0,1) = 30 (+)

El estadístico es:

$$T^* = \frac{([a-d]-1)^2}{a+d} = \frac{([18-30]-1)^2}{48} = 2.52$$

De la tabla 3:

$X^2_{0.05(1)} = 3.84 \quad T^* = 2.57$

Por lo que con un 95% de probabilidad, se concluye que no surtirá efecto significativo la promoción diseñada.

4.3.3. LA PRUEBA DE RANGOS CON SIGNOS DE WILCOXON

Esta prueba es una variación de la prueba de los signos al igual que laprueba de Mcnemar y se aplica cuando se utiliza una escala de intervalo para medir las deficiencias dentro de cada pareja de datos. La prueba de los signos mide el sentido del cambio de las personas sujetas al tratamiento, la prueba de rangos mide además la magnitud del cambio y se constituye en una prueba más poderosa. Por lo regular, esta prueba se utiliza cuando se tienen dos productos o métodos de entrenamiento y se pueden medir los resultados en escala de intervalo, pero no se supone nada acerca de la distribución de la que se toman los datos.

4.3.3.1. METODOLOGIA DE LA PRUEBA

DATOS.- Se tienen n' pares de observaciones (X_i, Y_i) donde X_i es el valor observado antes del tratamiento y Y_i después, de los cuales se calcula el valor absoluto de las n' diferencias:

$$D_i = [Y_i - X_i]; \; i = 1,2,\ldots\ldots,n'$$

Se consideran las n diferencias donde $D_i \neq 0$, de manera que ($n < n'$) y se le asigna un rango a cada diferencia. El rango 1 a la más pequeña, así continúa hasta asignar el rango n a la mayor diferencia. Cuando se tienen diferencias iguales se les asigna a cada una el promedio de los rangos que les corresponden.

SUPOSICIONES.- a) Cada D_i es una variable aleatoria contínua.

b) La distribución que siguen las D_i es simétrica.

c) Las D_i son independientes.

d) Las D_i tienen la misma mediana.

e) La escala es al menos de intervalo en las D_i

HIPOTESIS.- Se tienen los tres tipos de hipótesis:

a) H_0: Md = 0
H_1: Md $\neq$ 0

b) H_0: Md $\leqslant$ 0
H_1: Md $>$ 0

c) H_0: Md $\geqslant$ 0
H_1: Md $<$ 0

ESTADISTICO.- Se define a R_i:

$$R_i \begin{cases} 0 \text{ si } \quad Y_i < X_i \quad (D_i < 0) \\ \\ \text{Rango asignado a } (X_i, Y_i), \text{ Si } Y_i > X_i \ (D_i > 0) \end{cases}$$

REGLA DE DECISION.- Los valores críticos para la distribución de T se pueden obtener de la tabla 7. La regla de decisión es:

a) Rechazar H_0 si $T > T_{\alpha/2,n}$ ó $T < T_{(1-\alpha/2),n}$

b) Rechazar H_0 si $T > T_{\alpha,n}$

c) Rechazar H_0 si $T < T_{(1-\alpha),n}$

4.3.3.2 EJEMPLO DE APLICACION

Considere que mediante un estudio preliminar una empresa determina la población canina de cierta región. Se conoce el porcentaje de canes pertenecientes a familias y el porcentaje de callejeros. El departamento de mercados ha establecido la cantidad de alimento requerido por los canes con dueño y ha determinado las principales fallas de los actuales alimentos para perros. Entre ellas, se encuentra que los animales no gustan del sabor por lo que simplemente no los comen. En estas circunstancias se ha fabricado un nuevo alimento, que se piensa sería mejor aceptado que el producto de mayor demanda, de ser así las ventas esperadas justificarían la inversión.

Para probar la hipótesis de que el nuevo producto es mejor, se tomaron aleatoriamente 10 canes de diferentes razas, a los cuales se les alimentó durante un mes. En el transcurso de la mañana se les proporcionó un alimento y en la tarde otro, alternando el orden diariamente. Al final del experimento se determina la cantidad consumida en Kg de cada alimento y se prueba la hipótesis de que el producto mejorado B, es mejor que el alimento A, de mayor demanda, con un nivel de significancia del 5%.

Establecimiento de Hipótesis:

H_0: $Md \leq 0$

H_1: $Md > 0$

REPORTE DEL CONSUMO DE ALIMENTO (Kg)

Can	Alimento A	Alimento B	D_i
1	7.2	5.4	1.8
2	4.3	4.4	0.1
3	5.8	6.0	0.2
4	4.3	6.4	2.1
5	4.9	5.3	0.4
6	6.8	5.6	-1.2
7	6.3	5.6	-0.7
8	7.0	7.6	0.6
9	6.5	5.1	-1.4
10	6.2	6.1	-0.1

Se utiliza la prueba de rangos de Wilcoxon en lugar de la prueba t, porque se tiene una escala de proporción y las D_i parecen tener una distribución uniforme.

Los cálculos necesarios se resumen en el siguiente cuadro.

Pareja	Alimento A X_i	Alimento B Y_i	$[D_i]$ $[Y_i - X_i]$	Rango	R_i
1	7.2	5.4	1.8	9	0
2	4.3	4.4	0.1	1.5	1.5
3	5.8	6.0	0.2	3	3
4	4.3	6.4	2.1	10	10
5	4.9	5.3	0.4	4	4
6	6.8	5.6	1.2	7	0
7	6.3	5.6	0.7	6	0
8	7.0	7.6	0.6	5	5
9	6.5	5.1	1.4	8	0
10	6.2	6.1	0.1	1.5	0
				55	23.5

Luego: $T = \sum_{i=1}^{20} R_i = 23.5$

De la tabla 7:

$$T_{\alpha,n} = \frac{n(n+1)}{2} - T_{(1-\alpha),n}$$

$$T_{0.05,10} = \frac{10(11)}{2} - 11 = 44$$

Como $T < T_{\alpha,n}$, se acepta la hipótesis nula y se concluye que el nuevo alimento tiene la misma aceptación que el producto A de más demanda actualmente.

4.3.3.3. APROXIMACION NORMAL PARA MUESTRAS GRANDES

Al igual que la prueba de los signos, también puede utilizarse una aproximación normal para cuando se tiene una muestra de tamaño mayor que 20 y no se puede utilizar la tabla 7. El estadístico T sigue una distribución normal con parámetros:

$$\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\sigma_T^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

De manera que la Zc se puede calcular con:

$$Zc = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

$$= \frac{T - n(n+1)/4}{\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

La regla de decisión se mantiene igual para cada tipo de hipótesis.

Es necesario señalar que si los datos D_i hubiesen descrito una distribución normal, la prueba indicada a utilizar debiera ser la t para la media de la diferencias.

Se ha expuesto la utilización de tres pruebas para el caso de dos muestras relacionadas: la prueba del signo, la prueba de Mcnemar y la prueba de rangos de Wilcoxon.

Con excepción de la prueba de Mcnemar las otras pruebas -- suponen una distribución contínua de la variable que se mide, - aun cuando las mediciones son aproximadas.

La prueba de Mcnemar puede usarse en muestras pequeñas o grandes cuando una o las dos condiciones de estudio se han medido solamente en una escala nominal, y deberá usarse especialmente cuando los datos solo se pueden agrupar en clases y no existe - la relación mayor - menor entre ellas.

Cuando se tiene una escala ordinal en los datos apareados (relación dentro de los pares X_i, Y_i del tipo $>$ ó $<$) se puede - utilizar una prueba de los signos para medir la orientación del cambio. Es necesario revisar la factibilidad de la prueba paramétrica de la t, antes de aplicar la prueba de los signos.

La prueba de Rangos es más poderosa que las anteriores y solo puede utilizarse cuando los datos pueden medirse dentro y - entre los pares, con una escala ordinal. En otras palabras, debe emplearse cuando puedan ordenarse las diferencias que hay dentro de cada pareja de datos.

En base a la escala de medición, la prueba de Mcnemar es más fácil de aplicar en donde se utiliza una escala nominal, luego sigue la de los signos con una medición ordinal y luego la de rangos con una medición ordinal, pero no solo dentro de cada pareja de datos sino además entre ellas. Existen otras pruebas aparte de las mencionadas, pero se considera que la esencia de las pruebas aplicados en los problemas que implican la comparación de dos tratamientos ha quedado debidamente ilustrada en el presente trabajo.

4.3.4. OTRAS PRUEBAS

Se ha mostrado la aplicación de siete pruebas no paramétricas para dos tipos de problemas: contraste de hipótesis con una sola muestra y contraste de hipótesis con dos muestras relacionadas. Sin embargo como una última orientación es necesario indicar que existen varias pruebas más para ótros tres tipos de problemas adicionales y se constituyen por las Pruebas de hipótesis para dos muestras independientes; para x muestras relacionadas y para x muestras independientes.

Tratar de exponer la aplicación de todas esas pruebas dentro de la investigación de mercadotecnia, resultaría demasiado extenso yexhaustivo. La bibliografía mencionada posteriormente, contiene una gran variedad de estas pruebas y sus condicio nes de aplicación. Entre las pruebas mencionadas para contraste de hipótesis de dos o más muestras independientes, se encuentra la X^2 para dos o más muestras independientes, la prueba de la - mediana y la prueba de Mann Whitney entre otras; para hipótesis sobre dos o más muestras relacionadas, se encuentran la prueba Q de Cochran, la prueba de Friedman y algunas otras.

B I B L I O G R A F I A :

METODOS ESTADISTICOS NO PARAMETRICOS

Infante G., Said;
1ra. Edición, 1980;
Colegio de Postgraduados, Centro de Estadística y Cálculo, Chapingo.
México, 1980.

NON PARAMETRIC METHODS FOR QUANTITATIVE ANALYSIS

Dickinson Gibbons, Jean;
1ra. edición 1976;
Editorial Holt, Rinehart & Winston;
New York , USA 1978.

ESTADISTICA NO PARAMETRICA, APLICADA A LAS CIENCIAS DE LA CONDUCTA.

Siegel, Sidney;
2da. edición,1972;
Editorial Trillas;
México, 1980

PRACTICAL NONPARAMETRIC STATISTICS

Conover, W.J.;
2da. Edición 1980;
Editorial John Wiley & Sons;
NY, USA 1980

ELEMENTOS MODERNOS DE ESTADISTICA EMPRESARIAL

Freund John, Frank J. Williams;
2da. Edición 1980;
Editorial Prentice Hall International;
Madrid, España,1980.