
II.- FUNDAMENTOS

II.1. Tránsito solar aparente

El objetivo de este subcapítulo, tiene como prioridad entender los conocimientos básicos de la geometría solar, el tránsito solar aparente y su incidencia enfocada a las edificaciones, involucrando algunos términos tales como: movimientos de rotación y traslación de la tierra, declinación y altura solar, ángulo horario y azimut entre otros que más adelante se describen.

Dando una breve descripción del sol, es la estrella mas cercana a la tierra, con una edad estimada de 5,000 millones de años, es una esfera gaseosa formada principalmente por hidrógeno y helio. En su núcleo, en condiciones extremas de temperatura y presión, ocurren reacciones de fusión termonuclear de gran magnitud al transformarse 564 millones de toneladas de hidrógeno en 560 millones de toneladas de helio; de este modo, se disipan enormes tormentas de energía hacia el espacio infinito en forma de radiación electromagnética de alta frecuencia en diferentes longitudes de onda, y es la fuente primaria de luz y calor en la tierra. Mediante la radiación de dicha energía electromagnética, se aporta directa o indirectamente toda la energía que mantiene la vida en la Tierra,

porque todo el alimento y el combustible procede en última instancia, de las plantas que utilizan la energía de la luz del Sol, mediante el proceso de la fotosíntesis, proceso en virtud del cual los organismos con clorofila, como las plantas verdes, las algas y algunas bacterias, capturan energía en forma de luz y la transforman en energía química. Prácticamente toda la energía que consume la vida de la biosfera terrestre.

Los principales movimientos de la tierra y más significativos para este estudio son el de traslación y rotación.

El movimiento de traslación orbital alrededor del sol, transcurre en un año solar de 365 días, 5 horas, 48 minutos y 46 segundos, con una velocidad de desplazamiento de 29 Km/s. Éste movimiento se describe en una órbita elíptica, casi circular, que es resultado de la fuerza gravitacional solar y centrífuga debido a la inercia de la tierra. Su afelio o distancia mayor es de aproximadamente 152 millones de kilómetros y su perihelio o distancia menor es de aproximadamente 147 millones de Km.

El movimiento de rotación se realiza al girar la tierra sobre su mismo eje en 24 horas siderales, éste eje es la línea imaginaria que une los polos norte y sur.

El círculo máximo al eje de rotación de la tierra que divide al globo terráqueo en dos hemisferios se denomina ecuador terrestre. Todo plano paralelo al ecuador es un "paralelo".

Así mismo, los 360 grados de la circunferencia completa alrededor del ecuador, se divide en 24 líneas imaginarias con una separación de 15 grados que se llaman husos horarios y están referenciados al meridiano de Greenwich.

Éstos dos últimos términos referenciados en paralelos y meridianos definen el "sistema de coordenadas geográficas" llamadas latitud, que es el ángulo entre el

ecuador y paralelo de referencia y longitud que es el ángulo medido a partir del meridiano de Greenwich hacia el meridiano en referencia. Así mismo existe otra referencia que es la altitud y se define como la altura sobre el nivel de mar en un punto determinado. (Fig. II.1)

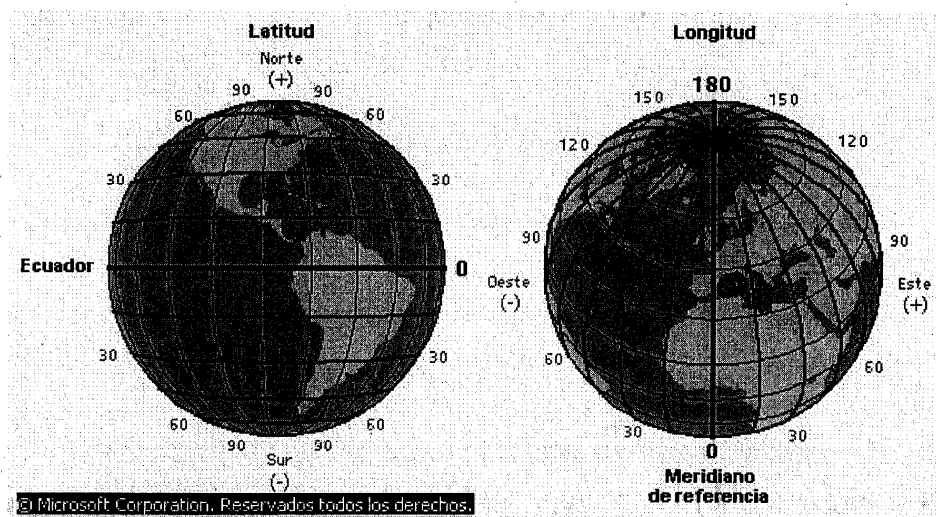


Figura II.1. Paralelos y meridianos

Al realizar una revolución completa, la tierra en su movimiento de traslación describe un plano que contiene a su misma órbita y recibe el nombre de plano de elíptica y forma un ángulo de $23^{\circ} 26' 44.7''$ (ángulo de declinación) que para fines prácticos se consideran $23^{\circ} 27'$ con respecto a su eje de rotación.

Es importante mencionar que la máxima radiación solar se presenta siempre en un plano normal a su dirección, no obstante debido a que la inclinación del eje de rotación se mantiene siempre paralelo a si mismo a lo largo de su desplazamiento orbital, los rayos solares inciden particularmente sobre la tierra, en un punto distinto cada día del año. Además, la radiación solar siempre dependerá de las condiciones atmosféricas.

El 21 de junio, las regiones geográficas que se encuentran a una latitud de $23^{\circ} 27'$ al norte del ecuador recibirán rayos solares en forma perpendicular; en esta fecha ocurre en el hemisferio norte el solsticio de verano, en tanto en el hemisferio sur se inicia el solsticio de invierno.

Las líneas imaginarias que pasan por los lugares donde ocurren estos acontecimientos se llaman trópico de cáncer y capricornio, en los hemisferios norte y sur, respectivamente. Por tanto, el mayor número de horas de luz diurna es experimentado el 21 de junio en el hemisferio norte, y el 21 de diciembre en el hemisferio sur. Así mismo, el menor número de horas de luz diurna se presenta el 21 de diciembre en el hemisferio norte, y el 21 de junio en el hemisferio sur (Fig.2)

Existen dos momentos durante los cuales los rayos solares inciden perpendicularmente sobre el ecuador, es decir con una declinación de 0° . El primero sucede el 21 de marzo y se denomina equinoccio de primavera, mientras el segundo se presenta el 23 de septiembre y se llama equinoccio de otoño. En estos dos días todo el planeta el día y la noche tienen la misma duración.

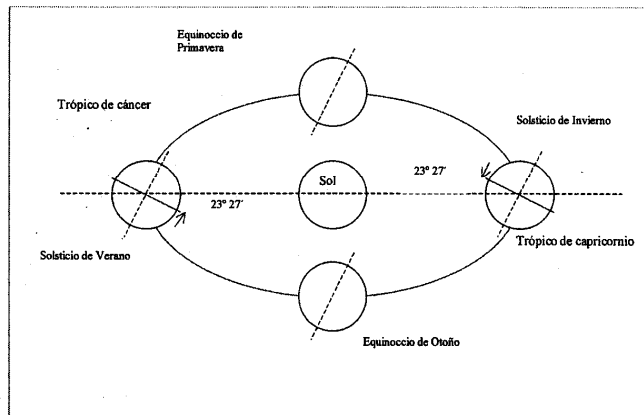


Fig. II.2. Equinoccios y Solsticios de las estaciones del año.

Con la información descrita anteriormente de los movimientos relativos de la tierra respecto al sol, para fines prácticos el sol describe un “tránsito aparente” alrededor de la tierra, que de hecho, es la percepción que capta el humano desde la tierra.

Dentro de la semiesfera transparente denominada bóveda celeste imaginaria, se ubican los puntos conocidos como cenit, que es el punto vertical más alto en la bóveda y nadir, que es el punto diametralmente opuesto.

Existen varios métodos para determinar la posición solar y su efecto en las edificaciones comunes de diseño y evaluación, estos métodos son: modelos matemáticos, algoritmos, nomogramas, diagramas gráficos, modelos físicos tridimensionales, programas computacionales y medios fotográficos en combinación con métodos gráficos entre otros.

Para determinar la posición del sol en cualquier día del año, se involucran los siguientes términos:

δ = Declinación solar, valor que oscila $23^{\circ} 27'$ en el solsticio de verano y $-23^{\circ} 27'$ en el solsticio de invierno y se puede calcular aproximadamente con la siguiente fórmula:

$$\delta = 23.5^{\circ} \text{ SEN } [(360/365) (N+285)] \quad \text{II.1}$$

Donde:

δ =Declinación solar.

N= Número progresivo del día del año.

285= Constante lineal obtenida por ajuste conforme a los equinoccios de primavera y otoño.

360= Número de grados contenido en un ciclo completo.

365= Número de días del año.

Así mismo con un sistema de coordenadas locales, los ángulos de Azimut y altura solar (θ_h), están en función del ángulo horario (ω), declinación solar (δ) y la latitud del lugar (α) definidas en coordenadas ecuatoriales celestes y terrestres. La distancia cenital (θ_z), es el complemento de la altura solar (θ_h) medido en relación al plano horizontal con el cenit (Fig. II.3)

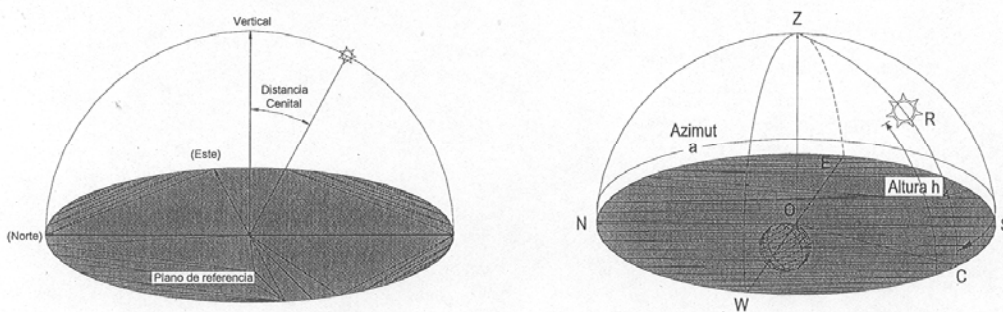


Figura II.3. Azimut, altura solar y distancia cenital

Las expresiones utilizadas para calcular el azimut y la altura solar son:

Altura solar:

$$\text{SEN}\theta_h = \text{COS}\delta \text{COS}\omega \text{COS}\alpha + \text{SEN}\alpha \text{SEN}\delta \quad \text{II.2}$$

Azimut :

$$\text{COSAz} = \frac{\text{COS}\alpha \text{SEN}\delta - \text{SEN}\alpha \text{COS}\delta \text{COS}\omega}{\text{COS}\theta_h} \quad \text{II.3}$$

Donde:

θ_h = Altura solar. Ángulo medido en un plano vertical, a partir del plano horizontal hasta el rayo solar.

Az = Azimut. Ángulo horizontal que se mide a partir del Norte o del Sur, hasta el plano vertical que contiene la dirección del rayo solar.

α = Latitud del lugar

δ = Declinación

ω = Ángulo horario. Ángulo medido sobre el plano ecuatorial, a partir del mediodía solar en el sentido de movimiento de sol, hasta la posición solar. Puede considerarse un valor positivo del ángulo si se mide hacia el oeste y todo lo contrario si se mide al este, y esta dado por la siguiente expresión:

$$\omega = (\text{HSV}-12) 15^\circ \quad \text{II.4}$$

Donde:

HSV es la Hora solar verdadera, dada por:

$$\text{HSV} = \text{HL} + 4 (\text{MR}-\text{ML}) + \text{ET} \quad \text{II.5}$$

Donde:

HL= Hora local legal

MR= Meridiano de referencia

ML= Meridiano local

Et = Ecuación del tiempo

Que es la aproximación por corrección en la variación de velocidad de la tierra en torno al sol y esta dada en la gráfica II.4 y que a su vez dicho resultado sumará o restará los minutos a la ecuación II.5; para obtener una aproximación práctica se utiliza la ecuación: :

$$\text{ET} = (0.000075 + 0.001868 \cos \Omega - 0.032077 \sin \Omega - 0.014615 \cos(2\Omega) - 0.04089 \sin(2\Omega)) \quad \text{II.6}$$

Donde:

$$\Omega = 2(3.1415)(N/365) \quad \text{II.7}$$

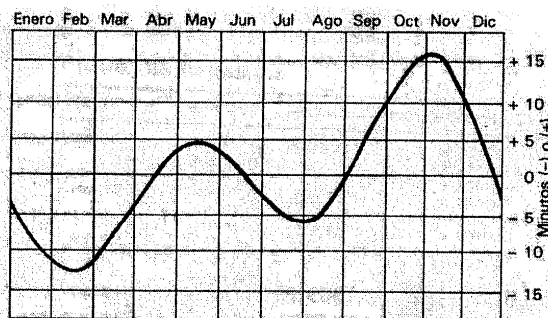


Figura II.4. Gráfica de la ecuación del tiempo

Éstos valores servirán como herramienta fundamental para la determinación de la “proyección de sombras” en el siguiente subcapítulo.

II.2. Proyección de sombras

En general, al interponerse un cuerpo entre cualquier superficie terrestre y el sol, éste proyecta una sombra de una forma relativa al cuerpo interpuesto, la cual impide la llegada directa de los rayos por la interposición del área proyectada.

Los rayos solares contienen dos importantes componentes: térmico y lumínico, los cuales deben considerarse al momento del diseño constructivo de los elementos sombreadores en las aberturas exteriores (ventanas, puertas, etc.) de una edificación; ya que si se aumentan las dimensiones de dichos elementos, se disminuye la entrada de calor y luz; o bien, si éstos se minimizan, se eleva la temperatura y luminosidad al interior, por lo que es de suma importancia equilibrar ambos factores.

En el presente trabajo, solo se abordará el efecto relacionado con la componente térmica, para su aplicación y evaluación.

Para el diseño de elementos de control solar, es conveniente analizar las necesidades de sol y sombra hacia el interior de una edificación, pero previamente se debe calcular la carga térmica y evaluar las condiciones de comodidad del ambiente para las personas que ocuparán ese espacio; por lo que es importante la obtención de patrones de sol y sombra, para evaluar y comparar los efectos que el sombreado impacta en la carga térmica.

Existe un modelo matemático de predicción de sombras desarrollado bajo las siguientes hipótesis:

1. Los recorridos diarios del sol son planos paralelos, por lo que la declinación solar permanece constante durante un día.

2. Los rayos del sol son paralelos y no se corrigen por refracción.
3. La dirección de los rayos del sol se definen en coordenadas locales.
4. Se define como *recibidor* a la superficie vertical que es irradiada.
5. Los aleros y parteluces son elementos planos y no se considera el espesor de los mismos.
6. El recibidor se considera colocado al ras de los muros.
7. El efecto de la estructura de apoyo del recibidor (marcos) se desprecia.

Proyección de un punto en el espacio sobre planos: si consideramos un sistema de coordenadas rectangulares X, Y y Z, donde su radio vector de dirección conocida, pasa por un punto de interés "P" de coordenadas (Xp, Yp, Zp).

Suponiendo que S es un vector unitario definido por los cosenos directores (COS θ_x , COS θ_y , COS θ_z), se puede demostrar que si un punto "P" se encuentra a una altura Zp del plano horizontal XY, las coordenadas de intersección del punto "Po" de coordenadas (Xo, Yo, Zo) sobre el plano están dadas por:

$$X_o = X_p + D \cos \theta_y \quad \text{II.8}$$

$$Y_o = Y_p + D \cos \theta_x \quad \text{II.9}$$

Donde:

$$D = Z_p / \cos \theta_z \quad \text{II.10}$$

El vector de posición del sol es:

$$S = \cos \theta_x i + \cos \theta_y j + \cos \theta_z k \quad \text{II.11}$$

Donde:

$$\cos \theta_x = \cos A_z \sin \theta_z \quad \text{II.12}$$

$$\cos \theta_y = \sin A_z \sin \theta_z \quad \text{II.13}$$

$$\cos \theta_z = \cos \theta_z \quad \text{II.14}$$

Y los valores de Az y θ_z están dadas en las fórmulas II.3 y II.2.

La figura II.5 muestra la proyección de un punto sobre un plano horizontal:

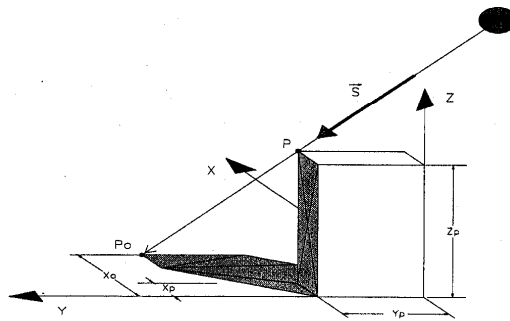


Figura II.5. Proyección de un punto sobre un plano horizontal.

Proyección de un plano vertical sobre otro plano: La predicción anterior es aplicable cuando se desea proyectar los puntos que forman en un plano (horizontal o vertical) sobre cualquiera de los planos que forma el sistema cartesiano, siempre que los ejes XY coincidan con los ejes Este-Oeste y Norte-Sur; sin embargo para generalizar habrá que realizar un cambio de ejes y proyectar sobre ellos, en particular estos ejes de interés corresponden a los ejes transversal (t) y normal (n) a una fachada.

El caso que interesa resolver es la proyección de un sistema formado por alero y parteluz (celosía), para así evaluar la cantidad de sol o sombra que incide en el muro o ventana, y por consecuencia la ganancia de calor por radiación, para tal situación se consideran dos planos verticales:

1. Un plano formado por las coordenadas del sistema de celosía más distante de la fachada.
2. Un plano vertical sobre la fachada representado por el receptor.

Girando los ejes cartesianos alrededor del eje vertical (figura II.6), una cantidad equivalente a la orientación de la fachada se demuestra el vector S, referido al nuevo sistema de ejes "NTZ" es:

$$S = \cos\theta_t + \cos\theta_n V + \cos\theta_z k \quad \text{II.15}$$

A través de un desarrollo vectorial y apoyándose en la figura II.6, se puede demostrar que para cualquier fachada con orientación θ_t , los cosenos directores que determinan la posición relativa del sol respecto del plano de la fachada, y que en este trabajo se utilizarán en los ejemplos son:

$$\cos\theta_t = \cos(Az-Or) \cos\theta_h \quad \text{II.16}$$

$$\cos\theta_n = \sin(Az-Or) \cos\theta_h \quad \text{II.17}$$

$$\cos\theta_z = \sin\theta_h \quad \text{II.18}$$

Donde "Or" es el ángulo medido desde el eje de referencia que se mide el Azimut, hasta el vector "n" normal a la fachada.

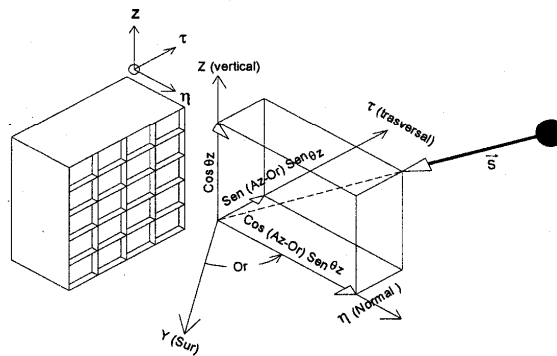


Figura II.6. Vector de posición solar respecto de una fachada.

Se tomará un plano vertical ABCD con una orientación "Or", y coordenadas conocidas para cada uno de los puntos, referidas a los nuevos ejes X y Y

(transversal y normal equivalente), suponiendo que el plano XY representa el plano horizontal en la realidad (el suelo), éste representa el límite para el desarrollo del vector S. Se demuestra que P1 y P2 proyección de puntos A y B sobre el plano XZ que contiene a la fachada, tienen las coordenadas:

Para P1:

$$X_1 = X_A + D \cos \theta_t \quad \text{II.19}$$

$$Z_1 = Z_A + D \cos \theta_z \quad \text{II.20}$$

Para P2:

$$X_2 = X_B + D \cos \theta_t \quad \text{II.21}$$

$$Z_2 = Z_B + D \cos \theta_z \quad \text{II.22}$$

Donde:

$$D = Y_A / \cos \theta_n \quad \text{II.23}$$

Aplicando los principios de proyección de planos, al caso de estudio, se hace coincidir el sistema de coordenadas como se muestra en la figura II.7

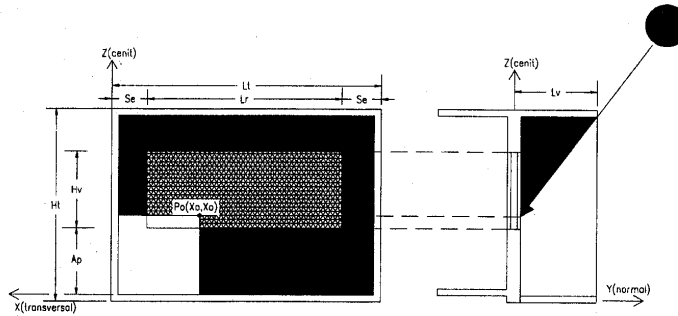


Figura II.7. Patrón de sol y sombra en un sistema de celosía.

Resumiendo a las coordenadas correspondientes al punto de intersección "Po" del rayo de sol con el plano del receptor son:

$$X_o = L_t - L_v \cos \theta_t / \cos \theta_n \quad \text{II.24}$$

$$Z_0 = H_t - L_v \cos \theta_z / \cos \theta_n$$

II.25

El área total irradiada es:

$$A_{ti} = X_0 Z_0$$

Y el área del receptor será:

$$A_{tr} = A_{ti} - (X_0 A_p) - S_e (Z_0 - A_p)$$

II.26

Donde:

L_t = Longitud transversal total.

L_r = Longitud del receptor.

L_v = Longitud del alero.

S_e = Separación entre el receptor y el parteluz.

H_t = Altura total del sistema de celosía.

H_v = Altura del receptor.

A_p = Altura del antepecho.

X_0 = Distancia transversal desde el parteluz, donde impacta el rayo de sol en el receptor.

Z_0 = Altura desde el piso, donde impacta el rayo de sol en el receptor.

Estas últimas expresiones nos darán como resultado la predicción de sombra para cualquier día del año en un horario determinado, y serán utilizadas en el siguiente subcapítulo.

II.3. Ejemplos de cálculo

En este subcapítulo se podrá calcular el área de sol y sombra que se proyecta en un muro con ciertas características particulares que tendrá una orientación, fecha y hora determinada para un sitio específico, que en este caso es la ciudad de Hermosillo Sonora y cuyo objetivo final es estimar la ganancia de calor que la ventana puede transmitir hacia el interior de una edificación. Cabe mencionar que este procedimiento es de suma importancia al servir como una herramienta de trabajo en el diseño de cualquier construcción que considere confort y ahorro de energía intramuros.

Ejemplo 1

Se considera un muro con ventana y alero en losa de cubierta con dimensiones descritas en la figura II.8, orientada hacia el Sur.

Se calculará el área de sol y sombra que proyectan los rayos del sol de acuerdo al día y hora dados:

Datos: Día: 21 de junio MR: 105° Latitud Hermosillo, Son. (α): 29.04°
Hora: 12:00 hrs. ML: 110.58° día juliano (n): 122

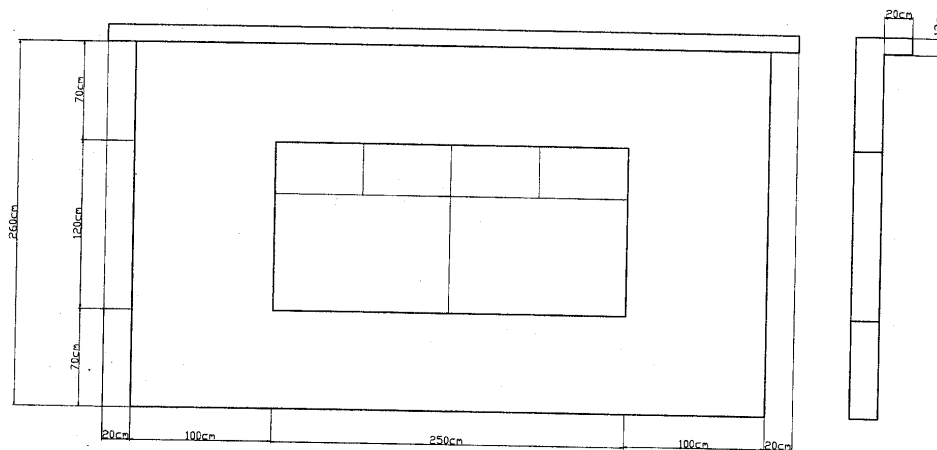


Figura II.8. Muro con alero y ventana.

Las coordenadas del punto donde incide el rayo solar en la superficie vertical está dado por las formulas II.24 y II.25.

Siendo:

$$\cos \theta_t = \sin (Az - Or) \cos \theta_h$$

$$\cos \theta_n = \cos (Az - Or) \cos \theta_h$$

$$\cos \theta_z = \sin \theta_h$$

Primeramente se calcula la declinación solar (II.1):

$$\delta = 23.45^\circ \sin \left[\frac{360 (172 + 285)}{365} \right] = 23.45^\circ$$

Cálculo de la Hora Solar Verdadera (II.5):

$$HSV = 12 + 4_{(min.)} (105^\circ - 110.58^\circ) - .0168 = 11.606 \text{ hrs.}$$

Cálculo del ángulo horario (II.4):

$$\omega = (11.60594 - 12) 15 = -5.911^\circ$$

Cálculo de la altura solar (II.2):

$$\sin \theta_h = \cos (23.45^\circ) \cos (-5.911^\circ) \cos (29.04^\circ) + \sin (29.04^\circ) \sin (23.45^\circ)$$

$$\sin \theta_h = 0.99098$$

$$\theta_h = 82.298^\circ$$

Cálculo del azimut: (II.3)

$$\cos Az = \frac{\cos (29.04^\circ) \sin (23.45^\circ) - \sin (29.04^\circ) \cos (23.45^\circ) \cos (-5.911^\circ)}{\cos (82.298^\circ)}$$

$$\cos Az = -0.7091$$

$$Az = 135.17^\circ$$

Entonces:

$$\cos \theta_t = \sin (135.17^\circ - 180^\circ) \cos (82.298^\circ) = 0.094485$$

$$\cos \theta_n = \cos (135.17^\circ - 180^\circ) \cos (82.298^\circ) = 0.095048$$

$$\cos \theta_z = \sin (82.298^\circ) = 0.990978$$

Y las coordenadas del punto buscado son:

$$X_o = 4.5 - 0.2 (0.094485 / 0.095048)$$

$$X_o = 4.30 \text{ m.}$$

$$Z_o = 2.6 - 0.2 (0.990978 / 0.095048)$$

$$Z_o = 0.51 \text{ m.}$$

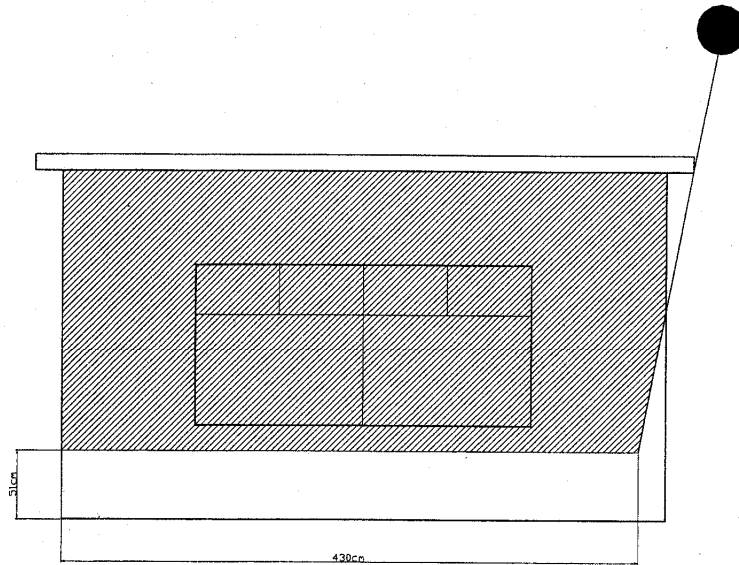


Figura II.9 Proyección de sol y sombra.

Área de sombra= 9.30 m² y área de sol= 2.40 m²

Ejemplo 2

Se considera un muro con dimensiones, ubicación y hora similares al ejemplo anterior, pero con orientación hacia el Este.

Los valores calculados de la declinación solar, hora solar verdadera, ángulo horario, altura solar y azimuth, son los mismos ya que solo varía la orientación del muro a analizar.

Entonces:

$$\cos \theta_t = \sin (137.07^\circ - 90^\circ) \cos (82.52^\circ) = 0.095316$$

$$\cos \theta_n = \cos (137.07^\circ - 90^\circ) \cos (82.52^\circ) = 0.088666$$

$$\cos \theta_z = \sin (82.52^\circ) = 0.991490$$

Y las coordenadas del punto buscado son:

$$X_o = 4.5 - 0.2 (0.095316 / 0.088666)$$

$$X_o = 4.29 \text{ m.}$$

$$Z_o = 2.6 - 0.2 (0.991490 / 0.088666)$$

$$Z_o = 0.36 \text{ m.}$$

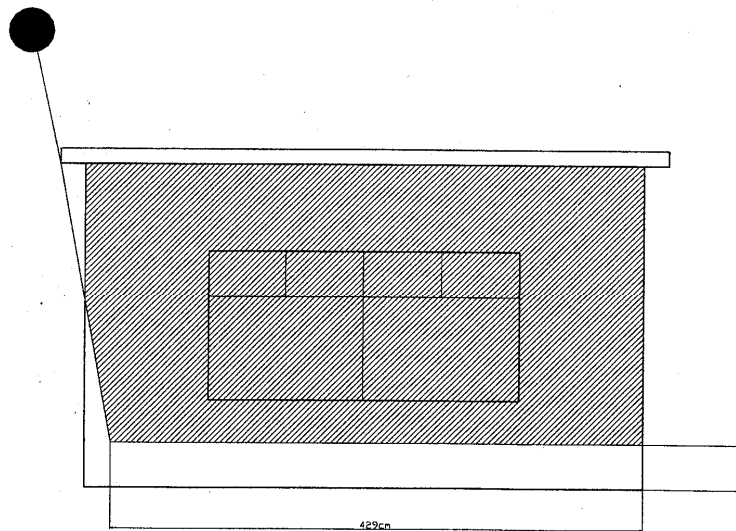


Figura II.10. Proyección sol y sombra.

Área de sombra= 9.96 m² y área de sol= 1.74 m².