

## **CAPITULO 3 ELEMENTOS TEÓRICOS**

*Hay tiempo para todo bajo el sol. Hay tiempo para buscar y  
Tiempo para encontrar. Tiempo para tirar piedras y  
Tiempo para recogerlas. Tiempo para plantar y  
Tiempo para levantar lo plantado  
Eclesiastés (3:1)*

### **3.0 Presentación**

En este capítulo están los elementos teóricos del enfoque histórico social que tomamos como marco referencial teórico y metodológico para el trabajo. La estrategia para plantear y resolver problemas de Polya de 1945, la propuesta de Mazarío del año 2002 así como las consideraciones de zona de desarrollo próximo y metacognición propuestas por Lev. S. Vygotsky en los años de 1926 a 1934 (Vygotsky 2012).

Se definen entre otros elementos: problema, situación problemática, matemáticas agrícolas y la propuesta metodológica para resolver problemas de matemáticas en Agronomía, con lo cual se estructura un plan de trabajo para desarrollar la competencia resolver problemas de matemáticas aplicadas en contextos agrícolas.

### **3.1 Enfoque Histórico Cultural como Marco de Referencia**

Debido a que las tendencias pedagógicas no son aplicadas de forma pura, resulta difícil establecer una clasificación que excluya una tendencia de otra. Esto nos lleva a considerar aportaciones tan valiosas como las de la Escuela Histórico Cultural en la concepción didáctica, por su interés en el desarrollo integral de la personalidad, que toma lo positivo de teorías anteriores y así enriquece su quehacer (Espinosa 2010).

La obra de Vygotsky ha sido interpretada desde múltiples aristas. Para nosotros, la propuesta Vygotskyana de zona de desarrollo próximo y metacognición (Vygotsky 2012), da la pauta para superar la parcialización cognitiva que propone el método tradicional de alumno receptor maestro expositor, permite abordar de manera diferente el proceso de educación de los alumnos y su incorporación social. Encontramos en el Enfoque Histórico Cultural elementos para fundamentar una concepción integral que facilita la comprensión del sistema de enseñanza de ayudas pedagógicas, donde la didáctica de la interactividad,

estimula la formación y desarrollo de las competencias del alumno con una participación activa como sujeto autorregulado y autónomo, como agente consciente de su proceso de aprendizaje.

Atendiendo a estas consideraciones observamos que las razones de incluir cursos de matemáticas en la currícula escolar son múltiples y variadas: constituye una eficaz herramienta de trabajo, tanto intelectual como práctico; forma un área de estudio que intenta comprender los modelos que impregnan el mundo que nos rodea y cuya actividad se podría resumir mediante la expresión “resolución de problemas”. Esta actividad también se orienta al acceso de ese creciente desarrollo científico, tecnológico y social de nuestra época.

Así, más allá de las aulas, el campo de las matemáticas básicas de las ingenierías agronómicas, tiene valor formativo al contribuir al desarrollo intelectual e integral del IA. Es “un microambiente” ordenado, constituido por procesos, definiciones, conceptos, constructos, formulaciones, teoremas y algoritmos que retoma el lenguaje universal de las ciencias y ofrece una relación segura con todas ellas. Por supuesto que esto también le da el aspecto tradicional, no muy amistoso para un estudiante promedio de Ingeniería, de ser una ciencia abstracta, aparentemente acabada, macro y micro infinitamente detallada, inamovible y exenta de contradicciones.

Esta contradicción, aprender matemáticas o resolver problemas, es una brecha que todavía no han podido superar pedagogos, ingenieros y matemáticos aplicados a la enseñanza de las matemáticas.

Podemos decir que la dicotomía: resolver problemas o aprender matemáticas, ha impactado a la humanidad en todos los tiempos. Enseñar la disciplina de plantear y resolver problemas en Agronomía se justifica, no sólo porque construye un instrumento que posibilita al IA incidir en el entorno agropecuario; sino que, el utilizar estas herramientas de matemáticas básicas preuniversitarias y de Cálculo Diferencial e Integral en acciones resolutivas, proporciona al joven investigador una promoción natural a los razonamientos sutiles de las matemáticas avanzadas. “Hoy en día, cada vez más investigadores, defensores de la enseñanza problémica, concluyen que la acción resolución de problemas, es una situación pragmática de transferencia de conocimientos, que ocupa un triple lugar relevante

en el proceso educativo universitario: como estrategia de enseñanza, actividad de aprendizaje y un instrumento de evaluación” (Concari 2005).

### **3.2 Zona de desarrollo próximo, solución de problemas, cognición y metacognición**

Al conceptualizar la “Zona de desarrollo próximo, Vygotsky destaca la importancia de cultivar situaciones de aprendizaje del individuo y confirma que en la enseñanza escolar la experiencia indica que la práctica de actividades donde se identifican, plantea y resuelven problemas contribuye a potenciar el desarrollo de habilidades y competencias profesionales en los estudiantes” (Concari 2005). “Vygotsky destaca las contribuciones de la cultura, la interacción social y la dimensión histórica del desarrollo mental” (Ivicy 1999).

En la enseñanza de la resolución de problemas de Matemáticas no sólo se debe atender la comprensión y aplicación de los conceptos implicados durante el proceso de resolución, sino además a las acciones meta cognitivas del pensamiento.

La metacognición “tiene su antecedente en la escuela del enfoque histórico cultural de Vygotsky. Cuando se pretende dar respuesta a una pregunta formulada, o se quiere realizar una tarea y proponer soluciones para transformar una situación inicial (el problema) en una situación final (resultados y propuestas), es necesario destacar las relaciones que se establecen entre las acciones del pensamiento, como elemento clave para la resolución de cualquier problema, al hacer referencia al carácter del proceso de la resolución, se alude a la actividad mental, a la forma peculiar en que las acciones básicas del pensamiento del alumno se manifiestan, cómo se estructuran e interactúan ...” (Mazarío 2002).

Para las autoras Klingler y Vadillo, la metacognición es: “la conciencia mental y regulación del pensamiento propio, incluyendo la actividad mental de tipo cognitivo, afectivo y psicomotor” (Klingler-V 1999).

Al respecto, diferentes autores de diferentes disciplinas plantean en sus trabajos puntos de similitud, consideran la reflexión como una herramienta básica para explorar la realidad, explicarla, predecirla y actuar en ella.

Así, “la reflexión es una acción del hombre que permite la comprensión e interpretación de sus acciones, sobre cuya base forma y resuelve problemas. El

conocimiento por el hombre del problema resuelto puede ser el indicador de que interpreta su actuación y comprende la diferencia de lo que es esencial y lo que es casual” (Urquijo 1991).

Unos años antes Labarrere, al investigar sobre las acciones del proceso mental que construye estrategias y caminos al analizar situaciones problemáticas “Las acciones del pensamiento en su interacción, determinan el mecanismo principal de solución de cualquier problema” (Labarrere 1987).

Para la obra de Mazarío Triana esta interacción se manifiesta a través de “una doble subordinación: por una parte, la asimilación y aplicación de los contenidos constituye una condición necesaria para la formación de las habilidades y por la otra estos contenidos se adquieren y consolidan en el propio proceso de desarrollo de las habilidades. De esta manera, para apropiarse conceptualmente del conocimiento matemático y aplicarlo adecuadamente a la resolución de problemas se requiere; primero, la actividad del sujeto y segundo, un proceso de reflexión de este sujeto sobre su propia actividad” (Mazarío 2002).

“La reflexión sobre esta actividad de metacognición, metaconocimiento o autorreflexión sobre la propia actividad mental, es una de las recomendaciones más importantes que la didáctica de las matemáticas en resolución de problemas está proponiendo en los últimos años: favorecer el meta aprendizaje, es decir, la reflexión de los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje” (Klingler-V 1999).

Dos características se pueden atribuir a la metacognición “una alude a su contenido, la otra a su función. En primer lugar, la metacognición es un proceso relacionado con el conocimiento que puede alcanzar el sujeto de sus propios procesos mentales; en segundo lugar, el hecho de poder acceder a sus propios procesos cognitivos le permite un mejor control de su actividad” (Klingler-V 1999).

La metacognición dirige la conciencia del aprendiz en cuanto a regular su propia actividad y evalúa el metaconocimiento; es decir, “implica aclarar el nivel de conocimientos que éste posee acerca del funcionamiento de su propio sistema cognitivo en tres cuestiones básicas: a) conciencia de la complejidad de los problemas con que se enfrenta y los pasos fundamentales necesarios para resolverlos; b) nivel de conocimiento sobre el grado en que va consiguiendo sus metas paso a paso, a través de la selección y utilización de estrategias, así como la eficacia de las mismas en relación con los niveles de

logro implicados en la consecución de tales metas como son: facilidad, dificultad, medidas remediales, algoritmos, heurísticos, estrategias, etc., y c) autocontrol sobre la marcha de las diferentes estrategias que está aplicando con el propósito del éxito final, y de su actividad interior” (Alexander-J 1988).

Consecuentemente, el aceptar que la acción resolver problemas es un elemento vital en el aprendizaje de matemáticas agrícolas, nos obliga a buscar una idea más clara de lo que se entiende por problema, su clasificación y cómo lo incorporamos en la discusión del aula.

### **3.3 Definición de problema y su clasificación**

La definición de problema aparece en diferentes textos y aportaciones de investigadores; considerando principalmente desde Hilbert (1900), Polya (1945), etc., hasta la época actual, igualmente la clasificación de los problemas ha sido abordada por diferentes autores con el objetivo de motivar la reflexión del estudiante y abrir el camino a la situación que desea transformar, así como proveerlo de elementos que le ayuden en su tarea de conocer mejor el problema y caracterización de la situación con el fin de seleccionar estrategias de trabajo y estimular el proceso cognitivo y de interiorización.

La bibliografía consultada al llevar a cabo el trabajo de definición y clasificación de los problemas, atiende diversos criterios como lo son: el campo disciplinar; tipo de tarea a resolver; tipo de solución; naturaleza del enunciado; modo de abordaje (observando que diferente problema se enfrenta de diferente manera); etc. A continuación se muestran algunos de estos hallazgos:

#### **3.3.1 El problema**

Aunque diferentes en su forma de plantear la definición de problema, distintos autores ilustran elementos comunes no contradictorios, como lo es el coincidir en señalar la característica de ser *una situación que presenta dificultades para las cuales no hay solución inmediata*. Se precisa entonces, de una discusión más amplia del concepto.

“El término se refiere no a ejercicios con texto, sino a situaciones verdaderamente complejas capaces de potenciar el desarrollo del pensamiento y de proporcionar modos de actuación para enfrentar los retos de la ciencia y la técnica” (Cruz 2006)

“David Hilbert (1900), en el congreso internacional de matemáticos cuyo tema único es la resolución de problemas, argumenta, en su tesis de 23 problemas científicos teórico prácticos sin resolver, que *un problema de matemáticas debe ser lo suficientemente difícil para que nos llame a reflexión, pero no suficientemente inaccesible para que se burle de nuestros esfuerzos*” (Stewart 2003).

El Colectivo del Programa de Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa de la UNISON, al estudiar “El Papel de los Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas”, define: “Un problema es un estado de conflicto cognitivo que surge cuando una persona pretende dar respuesta a una pregunta que se le formula, o quiere realizar una tarea que se le propone relacionada con cierta situación, y al tratar de hacerlo se percata que no sabe bien cómo proceder” (Ávila - cols 2006).

De consenso entre las definiciones consultadas se tiene que “Un problema es una determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades, de y entre los objetos que no son accesibles directa e inmediatamente a la persona o bien, una situación en la que hay algo oculto para el sujeto y que este se esfuerza por hallar” (Labarrere, 1996).

Triana enriquece esta idea: “**un problema es una situación o dificultad prevista o espontánea, con algunos elementos desconocidos para el estudiante, pero capaz de provocar la realización de acciones sucesivas para darle solución**” (Mazarío 2002), la cual tomamos como definición de problema por considerar que sustancialmente abarca a las otras citadas.

La clasificación de los problemas ha sido abordada por diferentes autores con el objetivo de motivar la reflexión del estudiante y abrir el camino a la situación que desea transformar, así como proveerlo de elementos que le ayuden en su tarea de conocer mejor el problema y caracterización de la situación con el fin de seleccionar estrategias de trabajo y estimular el proceso cognitivo y de interiorización. La siguiente es una clasificación en la cual la mayoría de autores consultados coinciden.

### 3.3.2 El problema por resolver y el problema matemático

Al lanzar la pregunta ¿Cómo se plantea y resuelve un problema? Polya inicia la era contemporánea de discusión teórica-formal sobre búsqueda de estrategias y de resultados prácticos en la actividad de plantear y resolver problemas, destacando en el discurso del plan aspectos importante que hoy en día no pierden vigencia: “Mirar bien la incógnita y la conclusión, en el camino pensar, recordar, no perder de vista lo que se quiere lograr. Esto se adapta tanto a un problema por resolver como a un problema matemático” (Polya 1945).

#### ❖ Problema por resolver

Agrega él mismo, “en el problema por resolver la misión es el descubrimiento, pueden ser: teóricos, prácticos, abstractos, concretos, muy serios o un simple acertijo y sus principales elementos son la incógnita, los datos y la conclusión”.

Por ejemplo: “para ilustrar la definición de un problema práctico por resolver para un Ingeniero Agrónomo, observemos la construcción de una presa en el curso de un río es un problema digno de atención; la construcción de una presa moderna obliga a preguntarnos:

**¿Cuál es la incógnita?** emplazamiento exacto, forma geométrica, dimensiones, materiales, etc.

**¿Cuáles son las condiciones?** limitantes económicos, daño a especies biológicas y ambientales, capacidades hidroeléctrica, de irrigación, de navegación, vida de los peces, mantener los paisajes más bellos, etc.

**¿Cuáles son los datos?** la multitud de datos es grande: topográficos, geológicos, meteorológicos, económicos, de cimentación y de trabajo” (Polya 1945).

#### ❖ Problema matemático

Se refiere al enfoque de la información y estructura del problema y cómo el estudiante lo representa y resuelve, “es una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos” (Alonso 2001).

Esto ilustra que los datos, las incógnitas y las condiciones son elementos más complejos definidos con menor claridad en un problema por resolver que en un problema matemático.

### 3.3.3 Problemas abiertos y problemas cerrados

Un criterio dominante para su clasificación es la naturaleza de la solución y atendiendo a ella se tienen: “problemas abiertos y problemas cerrados. Se consideran problemas cerrados aquellos que tienen solución única; los problemas abiertos son los que tienen varias posibles soluciones” (Garret 1995).

### 3.3.4 Problemas científicos, cotidianos y docentes

Atendiendo a la tarea de trabajo propuesta y situación problémica, se destacan tres grandes grupos de problemas:

**El Problema científico.** Conlleva una metodología científica de trabajo que consiste en un modelo idealizado con las correspondientes hipótesis de origen, enmarcadas y contextualizadas.

**Problema cotidiano.** Propuesto con la finalidad de obtener un resultado práctico y rápido, no implica comprensión ni explicación científica. Su procedimiento resolutorio se fundamenta en la experiencia personal, similitud con otras situaciones, técnicas de tanteo, ensayo-error, etc.

**Problema docente.** Son situaciones con implicaciones motivacionales: el estudiante se enfrenta a la búsqueda de soluciones para dar respuesta a un planteamiento que le hace el maestro, las formulaciones, hipótesis e interrogantes, se reducen a una temática conocida, el discurso centra la atención en factores tratados con anterioridad” (Mazarío 2002).

El problema docente para algunos autores “da origen a los constructos *problema en contexto, problemas contextualizados, problemas del mundo real, problemas relacionados con el trabajo o problemas situados*, son tareas escolares que simulan situaciones de producción, enmarcadas y redactadas en un escenario de trabajo, de aplicación o de investigación conocido” (Font 2006).

### 3.3.5 ¿Qué es un ejercicio?

Problema y ejercicio son dos términos que encontramos frecuentemente paralelos en las discusiones de la bibliografía, debido a sus características e importancia en las prácticas y experiencias didácticas, habiendo discutido, en párrafos anteriores, las características y definición de problema, establezcamos ahora la diferenciación entre *problema y ejercicio*,



tema de gran interés desde el punto de vista didáctico, en base a las dos definiciones siguientes:

Algunos autores, precisan cuándo un ejercicio tiene carácter de problema: “Un ejercicio es un problema si y sólo si la vía de solución es desconocida para la persona” (Llivina 1999). “Para los ejercicios - contrario a lo que sucede en un verdadero problema- el alumno tiene disponibles respuestas satisfactorias para lo que ha sido ya preparado y no hay incertidumbre en su comportamiento” (Torregrosa 1999).

### 3.3.6 Problema de rutina o ejercicio de rutina

“Problema de rutina o Ejercicio de rutina es un problema para el cual ya tenemos la estrategia o camino resolutivo, resolver  $x^2 - 3x + 2 = 0$ , es un problema de rutina si alguna solución general para ecuaciones de segundo grado se ha expuesto previamente, bien empleados los problemas de rutina son muy útiles en el aprendizaje de las matemáticas, pero es imperdonable que solo problemas de rutina se planteen a los estudiantes, limitar la enseñanza de las matemáticas a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es llevarla incluso por debajo de un libro de cocina puesto que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa” (Polya 1945).

*Los problemas de rutina o ejercicios de rutina, toman forma cuando se redactan problemas en contexto con el fin de buscar una nueva definición, concepto, regla general o paradigma, o bien para fortalecer dicho constructo en la mente del estudiante.*

Por ejemplo, los problemas propuestos (anexo 4) pueden muy bien, evolucionar después del trabajo de búsqueda de solución a la categoría de “problemas rutinarios bien empleados” (Polya 1945), y servir de modelo para reforzar, motivar o generar conceptos y constructos como *pendiente de un canal, optimización del perímetro para una área máxima, optimización del área para una volumen máximo (problema propuesto 22), optimización hidráulica, la derivada como una razón de cambio, la derivada como la máxima producción, la integral como un promedio de velocidades (problema resuelto 3.2.2) la integral como el área bajo la curva o sumatoria de áreas (problema propuesto 4), así como reglas simples, complejas y partes por millón que enriquecen el contexto curricular.*

### 3.4 Puntos de coincidencia

Desde esta perspectiva teórica, habiendo quedado clara la definición de problema, nos quedamos con las siguientes características que son elementos que identifican a los problemas, ejercicios y situaciones problémicas, con las que la cual la mayoría de autores consultados coinciden

- **Hay una persona dispuesta a resolver el problema**

La persona que se enfrenta a un problema está consciente de la existencia de una dificultad y tiene interés en resolverla, pero no cuenta con los conocimientos y experiencias que le permitan directa o inmediatamente darle solución.

- **Hay nuevos conocimientos en los problemas por resolver.**

Los problemas siempre son portadores de nuevos elementos para el que aprende. No se consideran problemas aquellos ejercicios rutinarios que se presentan en las clases de matemáticas para desarrollar algunas habilidades específicas y que en ocasiones promueven en lugar de ellas solo memorización y mecanicismo.

- **Hay una producción de conocimientos en cada problema a resolver**

La resolución de problemas es un proceso “productivo” y no meramente “reproductivo”.

- **Los problemas definen situaciones de aprendizaje**

Las situaciones de aprendizaje apoyadas en la resolución de problemas definen tres elementos distintivos en la conducta del resolutor (estudiante), los cuales dan significado al constructo:

- **Motivación**

El estudiante experimenta un desafío, una contradicción que lo impulsa a buscar una solución.

- **Acomodación y asimilación**

La situación se presenta de forma tal que al inicio, no se identifican con claridad o precisión alguna de sus componentes.

- **Acciones**

Serie de acciones por el estudiante conducentes a la solución del problema.