

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En el siguiente apartado resumiremos lo realizado durante la investigación, con la intención de presentar elementos para enunciar las conclusiones del trabajo.

Iniciamos cuestionándonos sobre la variedad de métodos de justificación y la posibilidad de identificar un encadenamiento de éstos, mediante la reflexión sobre la evolución de las pruebas en matemáticas. Considerando el hecho de que la comunidad Matemática modificó el tipo de pruebas aceptables a través del tiempo, la investigación realizada pretendió identificar las pruebas utilizadas por los estudiantes en el salón de clases y analizar los cambios en las estrategias de validación (equivalente a un estudio de la evolución de las pruebas usadas en un ambiente escolar).

Una vez ubicado el contexto de interés, la investigación consistió en la identificación de los argumentos utilizados por los estudiantes ante tópicos cada vez más complejos (imitando el avance gradual de la disciplina matemática) y el estudio de estos.

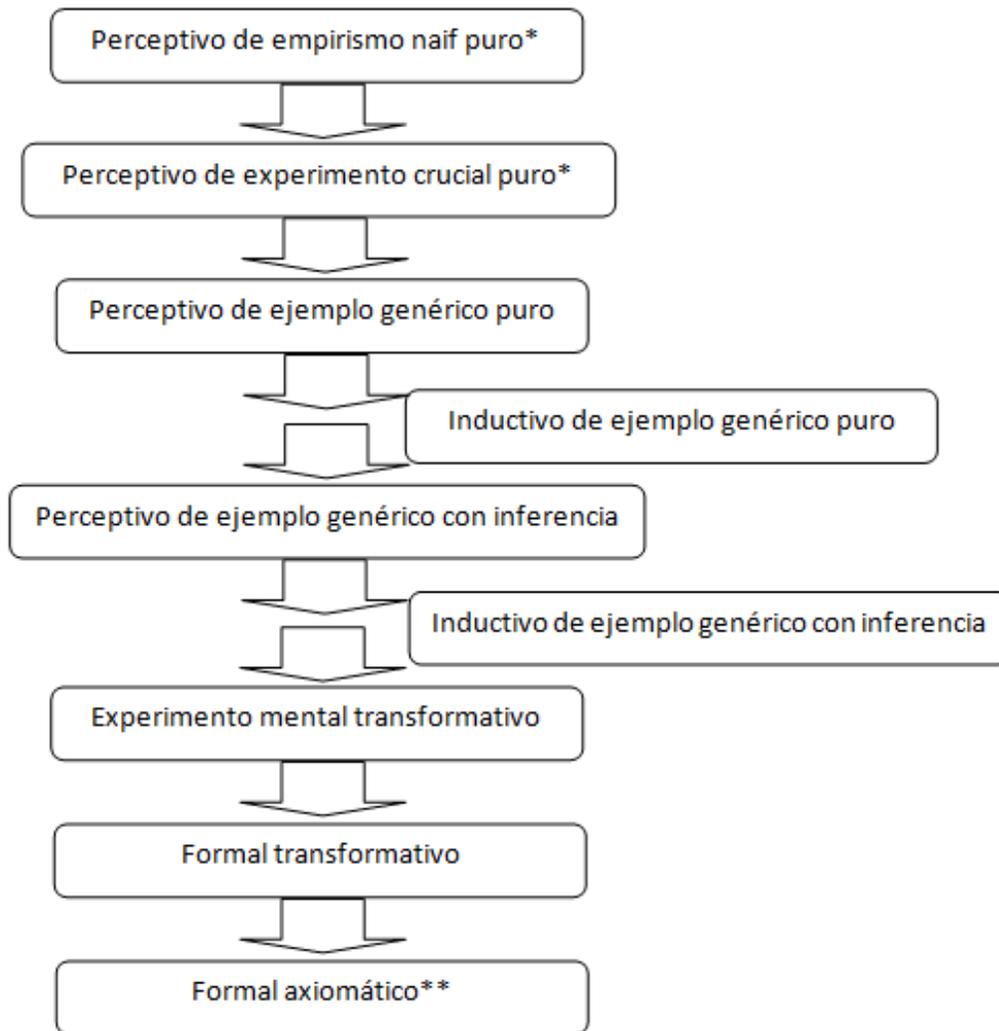
Como parte de la comunidad de Matemática Educativa, requerimos del uso de herramientas teóricas provistas por la disciplina. En ese sentido, el apoyo fue extraído de la Teoría de Van Hiele, como pilar de diseño y metodología en clase; además de los constructos teóricos planteados por Rodríguez en su categorización de los métodos de argumentación (con la finalidad de diferenciar las estrategias de justificación arraigadas en los estudiantes). Ambas teorías nos indicaron las acciones a seguir para alcanzar los objetivos declarados: La selección y diseño de actividades (incorporando el avance gradual y diversas formas de justificación), la evaluación de los resultados y la síntesis de los productos de análisis.

En la presente investigación, los resultados obtenidos no son suficientes para asegurar una evolución en las formas de argumentación, pero sí para caracterizar

las estrategias de argumentación de los estudiantes, particularmente en el cambio de las formas de exploración.

Las estrategias de búsqueda y exploración de conjeturas evolucionan, ganando precisión y veracidad. Los estudiantes con los que se trabajó muestran cambios en el tipo de pruebas a las que recurren (en ocasiones erráticos), pero todos tienen una categoría que no logran superar. La categoría límite de cada estudiante está condicionada por las herramientas matemáticas de las que dispone y la consciencia del momento exploración-conjetura-demostración en el que se encuentran (equivalente a la discriminación consciente entre los esquemas de demostración planteados por Rodríguez).

Al margen de las diferencias entre los niveles de razonamiento de los estudiantes, en todos los niveles aparecen exploraciones empíricas, las cuales se modifican para tener un mayor alcance; inclusive el estudiante D (asignado con una adquisición alta del cuarto nivel), parte de exploraciones con estas características y posteriormente organiza sus afirmaciones en un escenario deductivo (utilizando categorías intermedias para identificar elementos adicionales de sus pruebas). El comportamiento observado nos da razones para inferir una modificación sistemática de las pruebas, donde algunas categorías de demostración se utilizan como métodos auxiliares o con algún fin concreto. Por el papel que juegan las distintas categorías de demostración utilizadas, una organización sugerida para la elaboración de los diseños de actividades sería el que aparece en el siguiente esquema:



En el diagrama se observan los saltos en las formas de argumentación de los estudiantes, además de categorías de demostración autónomas, pero que fueron utilizadas como exploraciones auxiliares (al no presentarse en la evaluación final); éstas son las demostraciones inductivas y su ausencia en el examen está relacionada con el convencimiento en los estudiantes de realizar afirmaciones para “casos genéricos”. Un complemento del esquema es la incorporación de tres categorías que no aparecen en los resultados de la investigación (empirismo naif, experimento crucial y formal axiomática), estos se incorporan al considerar tanto a estudiantes ajenos a la disciplina matemática o que la usan como herramienta (*) como a aquellos matemáticos que pretenden alcanzar la categoría de mayor complejidad (**); por ejemplo, estudiantes de posgrado en Matemáticas o con

características similares.

FORMAS PLAUSIBLES DE CONTINUAR LA INVESTIGACIÓN

El trabajo realizado, se convierte en una aportación metodológica para el estudio de las pruebas en matemáticas, incorporando algunos elementos para facilitar la elaboración de diseños didácticos. Considerando el contexto de la investigación y lo acotado del escenario seleccionado, es posible identificar algunas directrices en las que podría continuarse con el presente trabajo (sin ser exhaustivo). Algunos de ellas serían:

- Realizar las correcciones en las distintas hojas de trabajo, con el fin de contrastar los resultados con los ofrecidos en la presente investigación. Entre las modificaciones, debemos destacar: El uso de la palabra “producto” como sinónimo de “composición” (generando algunas confusiones durante la exploración) y mayor precisión al referirnos a tratamientos geométricos (como en la pregunta 1 de la hoja de trabajo 6).
- Aplicar la investigación a tópicos alternativos, diseñando nuevas secuencias de actividades. El alcance de investigaciones con este perfil puede extenderse a distintas ramas de las matemáticas, tan sólo invitando al lector a realizar una depuración apropiada de las categorías de demostración presentadas en el trabajo; ya que la investigación utilizada como guía fue diseñada para análisis en escenarios de geometría.
- Realizar un estudio más profundo de las formas de argumentación, considerando adaptaciones de los temas matemáticos superiores al nivel de Van Hiele que los estudiantes muestran durante las sesiones. Una exploración con estas condiciones pondría a prueba las estrategias de exploración y resolución, permitiéndonos observar una modificación significativa en los esquemas de demostración usados.
- La re-valoración de la secuencia de actividades presentada en el anexo 1 y

posibles modificaciones para utilizarlas como actividades didácticas. Dentro de las pretensiones del trabajo, el papel de la secuencia presentada se limitó a promover conjeturas concretas del tema matemático y como estrategia para asignar un “subnivel de Van Hiele”. Un proyecto alternativo sería replantear las actividades considerando las características de los elementos de prueba (desechando una exploración de algún nivel concreto de Van Hiele o, en su defecto, incorporando un análisis más profundo de niveles específicos). Incluso es viable modificar las hojas de trabajo mediante el uso de influencias teóricas alternativas.

- Contrastar los resultados de la exploración con estudiantes de distintas carreras o niveles previos (este último caso sólo es factible en el estudio del antecedente inmediato, nivel preparatoria, y con adecuaciones en las hojas de trabajo para facilitar la comprensión de las actividades). Exploraciones con estas características pueden permitir un análisis de los argumentos contruidos por los estudiantes para validar sus conjeturas, es de esperarse que las exigencias que los alumnos imponen a sus pruebas varían mientras avanzan en su formación escolar o en la especialización que su carrera requiere; sin embargo, es conveniente preguntarnos en qué medida lo son.
- Relacionado con el punto anterior y considerando un aprovechamiento común (y no sólo para los fines de la investigación), las condiciones ideales del escenario serían con estudiantes de distintos semestres de una carrera en matemáticas o afín, con la intención de afectar en menor medida los tiempos asignados a tópicos matemáticos declarados en su plan de estudios y las expectativas generales que se tienen sobre sus habilidades de argumentación y el desarrollo de las mismas.
- Dentro de los puntos más ambiciosos, podemos destacar un estudio sobre las equivalencias de los niveles de Van Hiele y los niveles escolares (desde primaria hasta la formación profesional), pensando en diseñar metodologías de exploración y argumentación, con el fin de desarrollar tales capacidades en los estudiantes de cada nivel y siendo congruentes con las expectativas escolares.

A partir de las investigaciones propuestas en los puntos señalados, sería posible el diseño de secuencias didácticas para distintos destinatarios y temáticas, acordes con las formas de argumentar que se esperan de los estudiantes involucrados.