VII. DISEÑO DE SESIONES Y PRÁCTICAS

El Tangram se jugaba en la antigua China y era considerado como un juego para niños y mujeres. También se han encontrado libros sobre el Tangram que fueron publicados en 1830, así como juegos de Tangram hechos de arcilla fabricados en 1890.

Algunas versiones dicen que el Tangram tiene sus orígenes en las representaciones teatrales que se hacían en la antigua China. Generalmente se hacían con títeres, y lo que el público veía era la sombra de los títeres reflejada en una pantalla, los detalles de los títeres se perdían y sólo quedaba la silueta de la figura. Los chinos lograban así, representar objetos inanimados pero también animales o personas en movimiento. El juego del Tangram es algo muy parecido con siete piezas obtenidas de un cuadrado se pueden hacer siluetas de objetos, animales o personas.

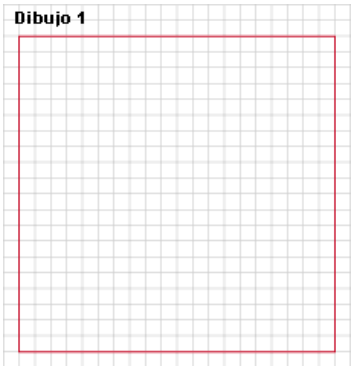
Práctica 1

Esta actividad está dirigida a estudiantes de primaria y secundaria. El objetivo es que ellos construyan su propio juego de Tangram, lo gradúen y lo usen para practicar el cálculo de áreas y perímetros. Con esta actividad se podrán reforzar, además, conceptos de geometría como líneas paralelas, perpendiculares, punto medio de un segmento, y diagonales de un cuadrado.

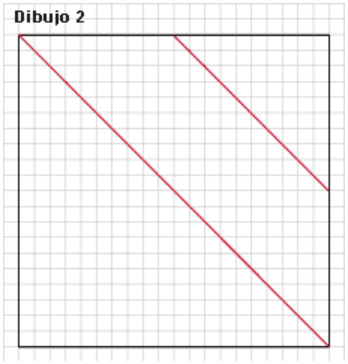
¿Cómo construir un juego de tangram?

Sugerimos que los alumnos utilicen tijeras y trabajen con lápiz en una hoja de cuadrícula chica, pues eso facilitará los cálculos de las figuras ya que en estas hojas cada cuadradito mide 0.5 cm por lado. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla.

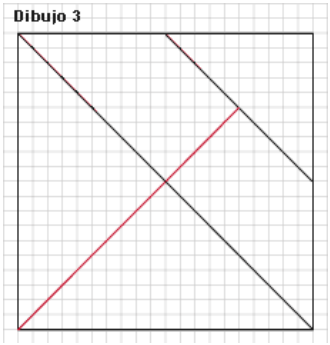
1. Dibuja un cuadrado de 10 cm por lado. (20 cuadritos de la hoja)



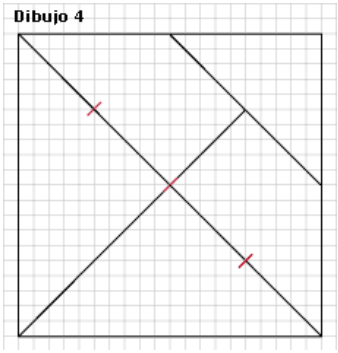
2. Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.



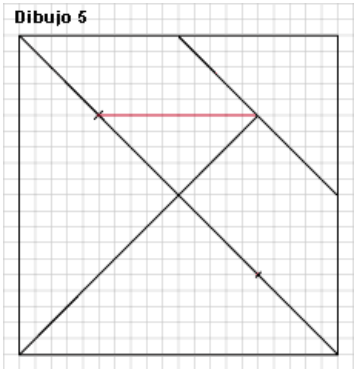
3. Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.



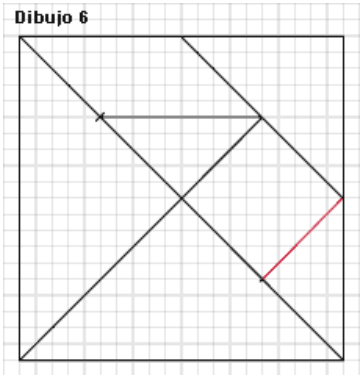
4. La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos)



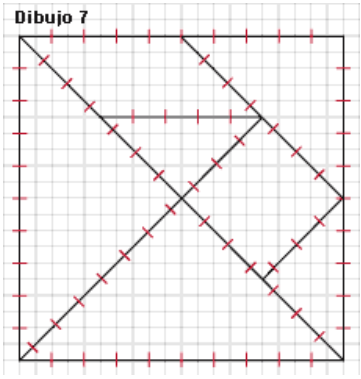
5. Traza la recta que se muestra en el dibujo.

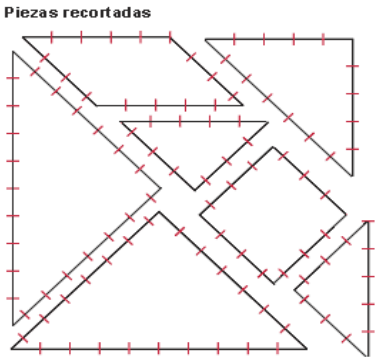


6. Por último traza esta otra recta.

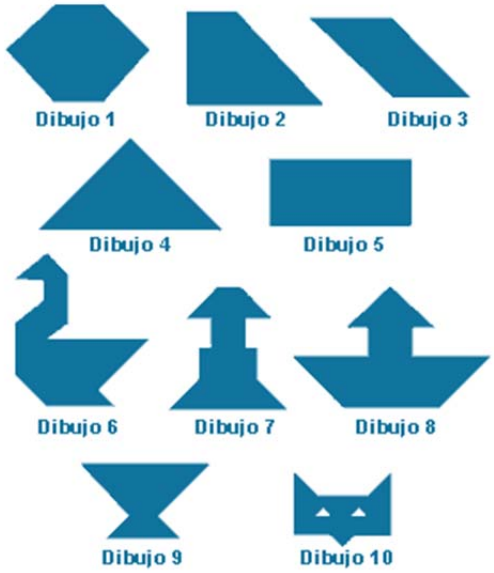


7. Ahora deberás graduar el tangram haciendo marcas de 1cm (o de dos cuadritos) tal y cómo se muestra en el dibujo. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla.





Aquí encontrarás varias figuras que pueden hacerse con tu tangram.



Primero juega a hacer figuras con tu Tangram y familiarízate con él. Ahora ya estás listo para jugar con geometría.

Llena la siguiente tabla:

Figura	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Analiza con cuidado cada una de las figuras

¿Tienen todas las figuras el mismo perímetro?

¿Tienen todas áreas iguales?

¿Por qué?

Comenzamos preguntando por los juegos en los que se divertían, anotándolos en el pizarrón para así capturar la atención de los alumnos que en un principio parecían un poco inquietos y nos comentaron que en ocasiones las matemáticas eran aburridas. Eso nos llevó a introducirles un nuevo juego en el cual aprenderían matemáticas sin enfadarse, siguiendo con el juego les mencionamos la palabra tangram, misma que desconocían.

Enseguida elaboramos nuestro primer tangram el cual consistía en hacer trazos y recortar la cartulina en varias figuras. Es así como los guiamos a obtener otras figuras como un triángulo, un cuadrado, un rombo (polígonos regulares). Después los dejamos que formaran las figuras que ellos quisieran; les introducimos algunas figuras como el cisne, conejo, barco y se sorprendieron cómo de los cuadrados, triángulos y rombo se podían formar tantas figuras reales.

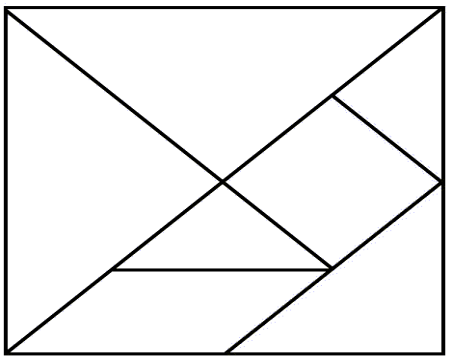
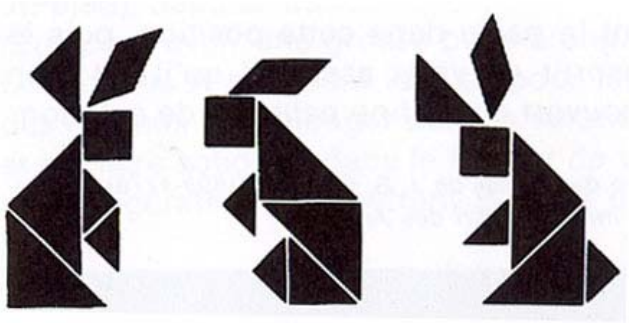


Figura 17. Tangram



Práctica 2

Aquí encontrarás un pequeño cuento, el juego consiste en utilizar las figuras del Tangram que encontrarás más adelante y construir las situaciones del cuento que se señalan.

Instrucciones: Imprime y recorta las piezas del Tangram, pégalas en una cartulina, cartón o foamy, así tendrás tu propio Tangram

Cuento:

En una bella casa vivía un niño , con su perro , este niño era muy alegre y le gustaba mucho bailar , pero cierto día su perro se perdió, y el niño estaba muy triste . Hizo dibujos de su perro y se los enseño a todos sus conocidos , alguien le dijo que había visto a su perro cerca del muelle, el muchacho corrió hasta el muelle , el perro al ver a su dueño corrió hacia él , y los dos felices decidieron realizar un paseo en bote .

Práctica 3

Organizados en equipos, realicen las siguientes actividades.

1. Dibujen un polígono convexo de cualquier número de lados (uno diferente cada integrante del equipo) y tracen las diagonales del polígono desde un mismo vértice. ¿Qué figuras se forman al interior del polígono?_____

2. Completen la siguiente tabla.

Polígono	Número de lados	Cuántos triángulos hay
triángulo		
cuadrilátero		
pentágono		
hexágono		
heptágono		
octágono		
eneágono		
decágono		
Polígono de n lados		

En esta sesión empezamos preguntando a los alumnos si conocían el significado de la palabra polígono, así mismo si reconocían alguno, la mayoría respondió que el cuadrado y triángulo, enseguida hicimos la descripción de cada uno de los siguientes polígonos con base en su número de lados, haciendo referencias a los nombres por medio de su relación con el número, por ejemplo, triángulo proviene tri-tres, así mismo con los demás, observando que el más difícil para ellos fue el de once lados undecágono.

Algunos alumnos trazaron diagonales en el triángulo al realizar la primera actividad, así que se procuró que reflexionaran acerca del concepto de diagonal, para darse cuenta que en el triángulo no se pueden trazar diagonales. También es

importante señalar que los polígonos no sean forzosamente regulares, pues la regla de los triángulos que se forman al interior de la figura se cumple para los polígonos regulares e irregulares. Se espera que con el llenado de la tabla los alumnos descubran la regularidad de que el número de triángulos que se forman dentro del polígono es igual al número de lados, menos dos y que la puedan expresar algebraicamente. Es probable que haya necesidad de aclarar conceptos tales como polígono convexo, diagonal y ángulo.

Práctica 4

La siguiente tabla es similar a la de la sesión anterior pero se le agregó una columna. Organizados en equipos, anoten los datos que faltan.

Polígono	Número de lados	Cuántos triángulos hay	Suma de los ángulos internos del polígono
triángulo			
cuadrilátero			
pentágono			
hexágono			
heptágono			
octágono			
eneágono			
decágono			
Polígono de n lados	n		

¿Cuál es la expresión que permite calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono?_____

Es probable que haya necesidad de aclarar cuáles son los ángulos internos de los polígonos para completar la tabla. Se espera que los alumnos puedan descubrir que la suma de los ángulos internos del polígono equivale a la suma de los ángulos internos de los triángulos que se forman, de manera que, en un

polígono de n lados, se forman n-2 triángulos y la suma de los ángulos internos es n-2 por 180 grados, es decir, 180 (n-2).

Si es necesario, hay que apoyar a los alumnos a través de preguntas o con la ayuda del transportador, para que lleguen a esta expresión, por ejemplo, ¿Cuál es la relación entre el número de lados del polígono y el número de triángulos que se forman? ¿Cuánto suman los ángulos interiores de cualquier triángulo?

Figura 18. Breve explicación sobre la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo.

Práctica 5

Análisis de polígonos regulares que sirven para teselar, es decir que pueden llenar el plano con el acoplamiento repetido de un mismo tipo de polígono regular.

Número de lados (n)	Número de polígonos en cada vértice	Medida de cada ángulo interior	Abertura sobrante	Dictamen
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

Se comenzó preguntándoles acerca del significado de la palabra vértice y la mayoría no sabía. Lo que queríamos mostrar con la palabra vértice es que ahí se muestran los ángulos de cada figura geométrica, así mismo les hicimos ver que los ángulos se medían en grados, resultando que la mayoría desconocía los grados de los ángulos de cada polígono.

Habiendo explicado todo, comenzamos con el desarrollo de la actividad que consistía en contar el número de lados de cada una de las figuras de foamy, así mismo anotarlos en las hojas de práctica previamente elaborado, el cual consistía en una tabla con los siguientes datos: Número de lados, número de polígonos en cada vértice, medida de cada ángulo interior, abertura sobrante, dictamen.

Siguiendo con la tabla lo que se debía hacer, que era describir el número de polígonos en cada vértice, para esto acoplábamos todas las figuras de foamy de un mismo tipo, por ejemplo, triángulos con triángulos, cuadrados con cuadrados, etc.

Para determinar la medida de los ángulos interiores, se utilizó la fórmula 180˚-(360˚/n). Para terminar desarrollamos la idea principal de esta actividad que era verificar los ángulos sobrantes en cada una de las figuras al acoplarlas, dando como resultado en algunas ocasiones figuras “completas” y otras “incompletas”, así mismo, anotamos los datos en la tabla e introducimos el concepto de Teselación.

Práctica 6

Análisis de polígonos regulares que sirven para teselar; es decir, que pueden llenar el plano con el acoplamiento repetido de dos figuras distintas de polígonos regulares.

# de lados	Suma de ángulos interiores	Medida de cada ángulo interior	Abertura sobrante al juntar 2	Posibles polígonos que se acoplan
n	(n-2) 180	$\alpha_n = \frac{(n-2)\,180}{n}$	$360 - 2\,\alpha_n$	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

En esta sesión utilizamos con más fuerza el concepto de teselación, es decir; los jóvenes ya tenían el procedimiento a seguir para trabajar, ahora con el acoplamiento de dos figuras diferentes de foamy para llenar el plano. Lo primero que les enfatizamos es que hicieran combinaciones visualmente de la siguiente manera: Pentágonos con triángulos, cuadrados, hexágonos y así sucesivamente, para continuar hexágonos con triángulos, cuadrados, pentágonos, octágonos, etc.

Ya que observaron que solamente podrían teselar las siguientes figuras; triángulos con hexágonos, triángulos con cuadrados, octágonos con cuadrado, pentágono con decágono y dodecágonos con triángulo, pasamos a entregarles las hojas de práctica a seguir para comprobar lo que anteriormente habían observado. Estas hojas contaban con el número de lados, suma de ángulos interiores, medida de cada ángulo interior, abertura sobrante al juntar dos y posibles polígonos que se acoplan, con esto comprobaron que tanto con el formulario y la forma visual se pudo llenar el plano con el acoplamiento repetido de dos figuras distintas.

Figura 19. Analizando los polígonos

Práctica 7

Análisis de polígonos regulares que sirven para teselar; es decir, que pueden llenar el plano con el acoplamiento repetido de tres figuras distintas de polígonos regulares.

Polígonos utilizados	Medida de cada ángulo interior	Suma de ángulos interiores	Abertura sobrante	Dictamen
n_1, n_2, n_3	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	$n_1\alpha_1+n_2\alpha_2+n_3\alpha_3$	$360 - (n_1\alpha_1+n_2\alpha_2+n_3\alpha_3)$	¿Tesela o no?

En esta clase les recordamos a los alumnos, que las figuras de un mismo tipo y en sí la combinación de dos figuras diferentes teselan.

Ahora vamos a trabajar con la combinación de tres diferentes figuras de foamy, conociendo el ángulo interior de cada uno de ellos, con esto se les facilito a los alumnos observar con ejemplos numéricos la teselación, ya no con ejemplos visuales o figuras, sino con razones matemáticas en este caso aritméticas buscando valores que sumaran 360 grados y los resultados arrojados por ellos fueron las siguientes figuras: triángulo, cuadrado y hexágono, además del dodecágono, cuadrado y hexágono.

Figura 20. Creando teselaciones con figuras de foamy.

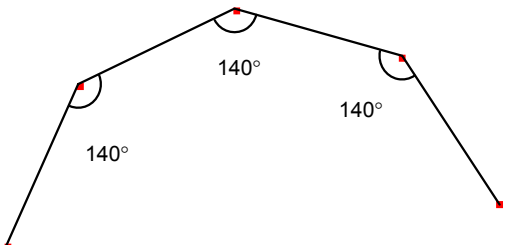
Práctica 8

Organizados en equipos, respondan las siguientes preguntas y justifiquen sus respuestas.

1. ¿Cuánto mide cada ángulo interior de un dodecágono regular?_____
¿Por qué?_____

2. Si la suma de los ángulos interiores de un polígono es igual a 1620°, ¿Cuántos lados tienen el polígono?_____ ¿Cómo se llama?_____

3. La siguiente figura muestra una parte de un polígono regular. ¿De qué polígono se trata?_____ ¿Por qué?_____



4. En el centro de la plaza de mi pueblo hay un kiosco de forma octagonal donde se presentan artistas y diversos eventos. Quieren colocar en cada esquina un adorno y para que la base del adorno quede justa, necesitan saber cuánto miden los ángulos internos del piso del kiosco, que tiene forma de octágono.
¿Cuál es la expresión que permite calcular la medida de un ángulo interno del piso del kiosco?_____

En esta práctica los alumnos resolvieron las preguntas con base en la experiencia obtenida en las tablas de las sesiones anteriores, aunque tuvieron dificultades con las ecuaciones de primer grado.

Práctica 9

Pequeña introducción al uso del Tesselmania por medio de la computadora. Mostramos algunas figuras que en apariencia sólo eran cosas comunes como conejos, ardillas, gatos, etc. Y observamos cómo fue cambiando de posición con giros en distintas direcciones y ángulos, desde luego les hicimos ver que esto tenía un patrón y la computadora fue mostrando cómo las figuras ensamblaban llenando la pantalla, dándose un nuevo ejemplo visual de lo que llamamos Teselaciones irregulares, ahora en computadora con ayuda del proyector.

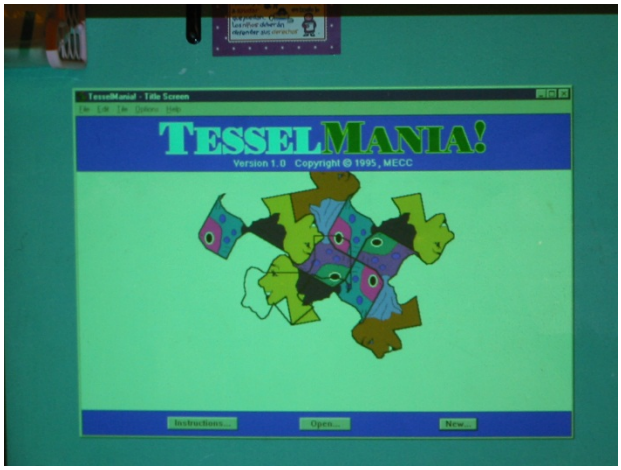


Figura 21. Proyector y computadora proporcionados por la Universidad de Sonora para el desarrollo del proyecto

Asesorías

Asesorías sobre dudas generadas en clase, durante la semana en sus respectivas escuelas, donde lo principal que se atendió fueron dudas en álgebra, geometría y en algunos casos debido a la diversidad de niños en las edades, operaciones aritméticas simples como multiplicación y división.

Figura 22. Asesorías a los niños