

Capítulo 1

Elementos teóricos

En este Capítulo se describen algunas nociones fundamentales de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), en especial los elementos utilizados en el trabajo de tesis de maestría de Navarro (2007), el cual nos ha servido de guía para retomar aquellos elementos conceptuales y herramientas para usarlos en los planteamientos, análisis y propuestas que se presentan en este documento. De igual manera se describen de manera general elementos del enfoque normativo por competencias, establecido por la reforma educativa (SEP, 2008).

1.1 Teoría Antropológica de lo Didáctico

Al estar la organización didáctica integrada por tareas didácticas, técnicas didácticas, tecnologías y teorías didácticas, surge una nueva concepción de la Matemática Educativa, donde lo didáctico se refiere a lo relacionado con el estudio y con la ayuda al estudio. Así de esta manera, Bosch *et al.* (2006), definen a la didáctica de las matemáticas como la ciencia del estudio y de la ayuda al estudio de las matemáticas, donde su objetivo es llegar a describir y caracterizar los procesos de estudio para proponer explicaciones y respuestas sólidas a las dificultades con las que se encuentran todas aquellas personas que se encargan de estudiar y de ayudar al estudio de las matemáticas.

Según Bosch, García, Gascón & Ruiz, (2006), la TAD emerge con las primeras formulaciones de la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985) y puede ser considerada como un desarrollo de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997) con las que comparte sus principios esenciales.

1.1.1 Modelo Epistemológico de Referencia (MER)

La TAD le da el nombre de Modelo Epistemológico de Referencia (en adelante MER), a la manera de organizar el saber matemático antes de transformarlo en saber a enseñar. El MER representa una base firme para analizar las organizaciones matemáticas y didácticas así como para proponer una organización alternativa (Navarro, 2007).

La TAD propone modelar toda actividad humana mediante una herramienta fundamental llamada praxeología (praxis + logos), y considera a la matemática como una actividad humana que puede describirse en términos de praxeologías u Organizaciones Matemáticas (OM) y vínculos entre ellas. Por su parte García comenta: “Toda OM debe surgir como una

ampliación de una OM anterior pero, a su vez, tiene que ser susceptible de admitir una nueva ampliación, en términos de una nueva praxeología que la complete” (García, 2005).

Organizaciones Matemáticas (OM)

Según Chevallard (1999), los elementos que forman la estructura de la praxeología u organización matemática se pueden representar a través de la siguiente simbología: $[T/\tau; \theta/\Theta]$. En ésta se distinguen dos aspectos inseparables: el nivel de la práctica o “*praxis*” que consta de tareas y técnicas (T/τ) que se identifican generalmente con el saber–hacer. De forma vinculada e inseparable se encuentra el discurso razonado sobre la práctica o “*logos*” formados por las tecnologías y las teorías (θ/Θ).

En el nivel de la “*praxis*”, el primer elemento que la constituye está representado por las tareas (T), las cuales se estructuran a partir de la agregación de tareas en tipos y géneros. Una tarea es la acción sobre un objeto particular, un tipo de tareas es la acción que puede recaer sobre un diverso tipo de objetos y por último, los géneros de tareas son aquellas en las que se menciona la acción pero no se especifica el objeto sobre el que ésta recae. El segundo elemento que la forma está representado por técnicas (τ), y se refiere a la relación existente entre un tipo de tareas y la manera de realizarlas. Ésta puede funcionar para ciertas tareas de ese tipo, esto es, tiene un alcance determinado, siendo necesario para su resolución crear otra más compleja, o sea, hacerla evolucionar.

En el nivel del “*logos*”, se encuentra el tercer elemento que forma a la praxeología, la tecnología (θ), el cual permite describir, explicar y justificar por qué una técnica funciona. Además, si se maneja adecuadamente, puede dar lugar a nuevas técnicas. El cuarto elemento, la teoría (Θ), explica la tecnología, como la tecnología explica la técnica. Es un nivel más profundo de explicación, más cerca del saber sabio.

Bosch *et al.* (2006) afirman que lo que se aprende y enseña en una institución escolar son praxeologías matemáticas o, al menos, parte de ellas. Comentan también que las praxeologías no son personales, más bien son compartidas por grupos de seres humanos organizados en instituciones, no surgen de forma instantánea, ni aparecen acabadas de forma definitiva. Existen relaciones invariables en su proceso de funcionamiento lo cual

permite modelizarlas y esto provoca que surjan dos aspectos inseparables del trabajo matemático: **el proceso de estudio —la organización didáctica (OD)—**, y por otro lado, el resultado de esa construcción: **la praxeología matemática —la organización matemática (OM)—**. En este sentido, no hay una **praxeología matemática** sin un **proceso de estudio** que la genere, pero a su vez, no hay **proceso de estudio** sin una **praxeología matemática**.

En relación con los componentes de las praxeologías, Chevallard (1999) distingue cuatro niveles de praxeologías u organizaciones matemáticas, según el grado de complejidad de sus componentes (puntuales, locales, regionales y globales):

- Praxeologías puntuales, si están generadas por un único tipo de tareas (T) con técnicas (al menos una), tecnologías y teorías representadas por $[T/\tau; \theta/\Theta]$ que constituyen la praxeología puntual. En este nivel de praxeología raramente se generan todos los elementos de la misma.
- Praxeologías locales, resultado de la integración de diversas praxeologías puntuales. Cada praxeología local está caracterizada por una tecnología, que sirve para justificar, explicar, relacionar entre si y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran.
- Praxeologías regionales, se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración de diversas praxeologías locales, alrededor de una teoría matemática común.
- Praxeologías globales, surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

Para organizar conocimientos sobre cierta cuestión matemática (Parra, Otero, & Fanaro, 2007) es necesario seguir recorridos que empiezan en la sociedad, continúan por la institución, siguen por cierta área dentro de una disciplina en la que se estudia la cuestión, por cierto sector dentro del área, y por cierto tema del sector. Este camino, en la TAD es conocido como codeterminación didáctica y se esquematiza de la siguiente manera:

Este proceso es relativo no sólo a la cuestión o grupo de cuestiones consideradas sino también al periodo histórico y a la institución en la que nos situemos. Comentan también las autoras que en las etapas del proceso se imponen limitaciones y condiciones que definen la forma de estructurar una praxeología que responda a la cuestión planteada.

Por su parte, Navarro (2007) refiere que las praxeologías que son útiles en una institución¹ dada pueden no funcionar en otra y que si es necesario trasladarlas de un medio a otro — no forzosamente educativo—, también es necesario adaptarlas para que su uso sea eficiente; a esto se le conoce como transposición didáctica. En ésta los saberes se adecuan para ser enseñados.

Bosch *et al.* (2006) comentan que las decisiones del profesor referentes a la forma de abordar los conceptos matemáticos a ser enseñados en la escuela quedan restringidas en el nivel Tema → Cuestión, en donde los niveles superiores se encuentran determinados por los documentos curriculares oficiales y por las autoridades educativas. Este fenómeno identificado por Chevallard como autismo temático del profesor, provoca que los temas y cuestiones a enseñar en la escuela pierdan su razón de ser. Cuando esto sucede, Chevallard le llama cuestiones muertas, aludiendo a que la institución no sabe de dónde vienen y a dónde van. Produciéndose así el fenómeno de la monumentalización de las organizaciones matemáticas, en donde las obras matemáticas son visitadas por los alumnos pero no tienen oportunidad de participar en su construcción.

Parra *et al.* (2007), refiriéndose a (Gascón, 2003), explican, en términos similares, sobre el autismo temático de la institución escolar en lugar del autismo temático del profesor. Con esto se refiere a cómo el currículo oficial que proponen las reformas educativas y los documentos de las administraciones educativas y los libros de texto aprobados por éstas, consideran de manera implícita que más allá de las organizaciones matemáticas — propuestas por los libros de textos y las reformas educativas—, nada es cuestionable y todo es transparente.

¹ Por Institución se refiere a cualquier organismo que desempeña una función referida al proceso de estudio de las matemáticas.

Por su parte (Barquero, Bosch, & Gascón, 2007) comentan:

Chevallard creador de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, propuso introducir la noción de Recorrido de Estudio e Investigación (REI) como nuevo dispositivo didáctico que, en contra de un punto de vista “monumentalista” que pone en primer plano el estudio o “visita” de los saberes cristalizados, apuesta por la introducción de una nueva epistemología escolar que debería reemplazar y viene a reemplazar el **paradigma escolar de “inventariar” los saberes** por un paradigma de **cuestionamiento del mundo**. En cierta manera, los REI representan la materialización de lo que la TAD considera como procesos didácticos basados en una enseñanza “funcional” de las matemáticas.

Congruente a esta perspectiva, la estructura que forma a las praxeologías estará integrada por un conjunto de elementos que describen los Recorridos de Estudio de la Investigación (REI). Estos pueden funcionar localmente como un dispositivo didáctico capaz de articular las matemáticas que se enseñan en las instituciones.

Organización Didáctica (OD)

En párrafos anteriores se hace alusión a la OD —entendiéndose como la forma en que se llevan los procesos de estudio— en donde Navarro manifiesta que para diseñarlas y analizarlas la TAD desarrolló la *noción de momento*. Los momentos son Fases que deben darse en el aprendizaje para que éste sea completo y tenga la posibilidad de evolucionar. Aunque la palabra momento sugiere temporalidad, en este contexto no tienen que estar necesariamente secuenciados. Cada uno puede darse varias veces en el desarrollo de una actividad de aprendizaje o no aparecer en absoluto.

Los seis momentos de estudio de una OD, son: el del **primer encuentro** con la organización, **el momento exploratorio**, el de la **constitución del entorno tecnológico teórico** relativo a la técnica, el del **trabajo de la técnica**, el de la **institucionalización**, y el de **la evaluación**.

El **primer momento** se da cuando el estudiante se ve en la necesidad de abordar una organización matemática. Puede ser un momento de reencuentro con objetos que trató antes y aparecen de nuevo en una tarea diferente.

El **segundo momento** es el de la exploración del tipo de tareas T y de la elaboración de una técnica τ relativa a este tipo de tareas. Para resolver una tarea que se presenta por primera vez, será necesario buscar la manera de realizarla, explorar la técnica. Una vez encontrada la técnica, el estudiante deberá explicarse la razón de que funcione acudiendo a un discurso tecnológico-teórico, surgiendo **el tercer momento**.

El **cuarto momento** es el del trabajo de la técnica, que debe a la vez mejorar la técnica volviéndola más eficaz y más segura (lo que exige generalmente retocar la tecnología elaborada hasta entonces), y extender la destreza que se tiene de ella. En la medida en que una técnica se practica, se adquiere maestría en su uso hasta llegar a usarla de manera automática.

El **quinto momento** es el de la institucionalización, el cual se da cuando una técnica demostró ser útil y se queda en el acervo de herramientas que pueden ser llamadas cuando sea necesario junto con las tecnologías que la justifican. Generalmente, la institucionalización corresponde al profesor aunque esta responsabilidad puede ser asumida por el estudiante.

El **sexto momento**, el de la evaluación, que se articula con el momento de la institucionalización, el cual se da cuando hay que determinar el alcance y las limitaciones de una cierta técnica. Se reflexiona sobre la utilidad de lo aprendido y sobre la importancia de conservar este conocimiento para aplicaciones futuras, qué tanto se aprendió, qué se domina realmente y qué tan claras son las justificaciones. (Chevallard, 1999).

La forma en que los momentos se presentan en la OD no es lineal, los momentos pueden ser vividos con distintas intensidades, en distintos tiempos, tantas veces como sean necesarios a lo largo del proceso de estudio, incluso pueden aparecer de manera espontánea. Es importante hacer notar la función específica de cada uno los momentos, los cuales coadyuvan en el buen funcionamiento de dicho proceso.

En el proceso de estudio a través de la OM y la OD, la TAD promueve acciones que pretenden despertar en el estudiante la curiosidad de explicar el funcionamiento de las técnicas, tecnologías y teorías utilizadas en la solución de las diversas situaciones en las que el estudiante se involucra, promoviendo la reflexión, la explicación de por qué funciona la técnica utilizada en la solución del problema, la evaluación del dominio de la técnica, la validación de resultados, la modelización matemática, entre otros.

En el apartado siguiente se describe de manera general algunos de los elementos de la Reforma educativa en el Nivel Medio Superior (RIEMS), la cual busca promover en el estudiante el desarrollo de competencias. Al realizar un contraste entre lo que pretende la TAD y la RIEMS, se aprecia cómo en la primera, a través de la OM, se promueven las competencias. Según Gascón (2007) un alumno que es capaz de dominar praxeologías, es un alumno competente.

1.2 Referente normativo: Enfoque pedagógico por competencias, (RIEMS, 2008)

En el Capítulo 2 de este documento, se hace alusión a lo que Chevallard llama estudiar con *sentido* un objeto matemático, en donde refiere que su estudio debe cumplir con tres legitimidades: funcional, matemática y social; al reflexionar acerca de ésta última, la sociedad demanda —acorde a sus necesidades— el estudio de conceptos matemáticos en la escuela, en consecuencia surge la necesidad de estructurar su proceso de estudio. De esta manera, el saber sabio sufre limitaciones y condiciones en su recorrido entre los diferentes niveles de codeterminación, referidas anteriormente.

Con el propósito de contribuir a hacer eficiente la calidad educativa en el bachillerato, se establece la RIEMS (2008), en donde el referente normativo es el enfoque pedagógico por competencias. Algunas de las innovaciones citadas en la reforma son: transformar la organización de las instituciones al establecer un Marco Curricular Común, la metodología de trabajo en el aula, el estudio de conceptos de forma articulada, retomar la razón de ser de los conceptos, etc.

Para revisar la organización propuesta en el estudio de los conceptos matemáticos de la semejanza y las razones trigonométricas, en los programas de la institución que me

corresponde, se realizó una investigación de la manera en que éstos se abordan en la escuela. En esta se evidencian las limitaciones y condiciones de los recorridos de estudio de los conceptos, en donde se concluye que su estudio en la escuela presenta falta de articulación —producto de las transposiciones didácticas—.

Con la intención de coadyuvar a los estudiantes del bachillerato en el estudio con sentido y a la vez eficientar la calidad educativa que propone la RIEMS; la propuesta didáctica que aquí se presenta, busca integrar su enfoque pedagógico al articular los conceptos de la semejanza y las razones trigonométricas. Para valorar la integración del enfoque por competencias, se ha hecho una revisión cuidadosa de las características de las competencias disciplinares matemáticas y en el Anexo I, se presenta un resumen de los aspectos conceptuales de la reforma.