5. MODELO INTEGRADOR BASADO EN PROYECTOS

En este capítulo se aborda el modelo alternativo de enseñanza cuya intención es impactar positivamente en el aprendizaje de la matemática, presentando al alumno situaciones reales en las que se busca integrar todos los conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de su desarrollo académico y que le permitan adaptarse de manera asertiva a los constantes cambios científico-tecnológico.

5.1 Introducción

El objetivo principal de trabajar con proyectos en la enseñanza de la matemática es que los estudiantes se sitúen en un ambiente real de su vida profesional, permitiendo "que aprendan a resolver problemas que se les puedan presentar cuando estén inmersos en su campo de trabajo", además de permitirle al alumno pasar por los momentos de aprendizaje de Chevallard[6], que creemos son los que permiten un aprendizaje más significativo de las matemáticas.

Esto implica desarrollar en los estudiantes algunas habilidades como: *de investigación* para entender el problema, *de identificación* de la herramienta matemática adecuada que les permita describir, analizar, ejemplificar y solucionar el problema y de *transmisión* de los resultados a sus compañeros.

Además, los cambios educativos recientes a nivel nacional en general y en particular en la Universidad de Sonora implican que los estudiantes deben conocer y saber utilizar otro tipo de herramientas auxiliares a las matemáticas como son: uso de material bibliográfico, ya sea en texto o hipertexto, uso de software, uso de calculadora científica, consulta de expertos, etc.

Esto significa modificar la forma en que tradicionalmente se utilizan los problemas en clase, la cual, en la mayoría de los casos tiene como objetivo ejemplificar la teoría o las técnicas matemáticas ya trabajadas en clase, donde el estudiante ya sabe (incluso antes de leer el problema) cuál es la herramienta matemática que se va ha utilizar, limitando su conocimiento a sólo el tercer momento "el desarrollo de la técnica", dejando a un lado uno de los momentos (que consideramos muy importante) "el momento exploratorio", que permite al estudiante probar herramientas matemáticas que él ya conoce para tratar de resolver el problema, permitiendo que refuerce sus conocimientos previos y en caso de que ninguno le sirva, el propio alumno se dé cuenta de donde están sus limitantes y qué debe hacer para superarlas, esto pone al estudiante en una mejor posición contra aquellos que no conocen su potencial y sus limitaciones.

Otros momentos importantes que se pierden al darle al alumno los procedimientos ya digeridos son: el momento de la validación y el de la justificación del uso de la técnica y herramienta matemática, donde por él mismo deduciría el porqué tal técnica funciona en estos casos y en otros no, y le encontraría un sentido real a su definición formal y a su

[6] Los Momentos de Chevallard, descritos en el Capitulo 2.

institucionalización dentro de su enseñanza escolar. Sin que el profesor le diga qué hacer, cómo hacerlo y para qué hacerlo.

Otra desventaja que vemos en la utilización de problemas como ejemplos de una teoría específica, en la clase tradicional, es que esta particularización del problema aísla el contenido matemático de los demás, tanto del área donde se imparten, como de la propia matemática. Es por esto, que creemos que son los "Proyectos" a diferencia de los "Problemas" los que permiten una integración de los conocimientos matemáticos con las áreas donde se imparten y con la matemática misma. Esto implica que dentro del Proyecto surjan uno o varios problemas que serán utilizados más como *el medio* para llegar a las técnicas matemáticas que como ejemplo.

Una revisión de los trabajos más recientes donde se han utilizado los proyectos para la enseñanza de la matemática, nos proporciona una idea clara del avance significativo que se ha tenido en la selección de los problemas que se trabajan dentro de los proyectos, donde se abordan situaciones reales muy interesantes para los estudiantes, dejando atrás los problemas comunes de los libros. Sin embargo y aún cuando la creatividad en la presentación y conducción de los proyectos es realmente buena, estos corren el peligro de ser conducidos en forma tradicional, esto es, no se permite que el estudiante avance sólo, y pueda pasar de manera íntegra por los momentos de Chevallard. Estos proyectos contienen una didáctica muy dirigida, mediante tareas específicas dentro de una secuencia de pasos que guían al estudiante en todo el trayecto de la elaboración del proyecto y resolución del (o de los) problema(s).

Nuestra hipótesis es que: "es sólo cuando el estudiante, por él mismo, logra entender el Proyecto de manera que pueda: identificar un problema, plantearlo claramente, solucionarlo usando la herramienta matemática adecuada y expresarlo de forma verbal y escrita, que se puede asegurar que ha adquirido un conocimiento matemático".

En el articulo "Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo" de Frida Díaz Barriga [11] se destaca la importancia de una educación que desarrolle las capacidades reflexivas, el pensamiento y el deseo de seguir aprendiendo basados en estrategias didácticas como la enseñanza experiencial, el método de proyectos o el análisis de casos.

En relación al aprendizaje basado en la solución de problemas auténticos Díaz Barriga afirma: "…me gustaría resaltar algunos de sus logros, documentados en la literatura: una mayor retención y comprensión de conceptos, aplicación e integración del conocimiento, motivación intrínseca por el aprendizaje y desarrollo de habilidades de alto nivel. En cuanto a los proyectos comenta: "los proyectos incluyen actividades que pueden requerir que los estudiantes investiguen, construyan y analicen información entre otras cosas".

Díaz Barriga menciona un artículo de Scardamalia y Bereiter (2003), donde se postula que la principal función de la educación debería ser la construcción de conocimientos colectivos mediante el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje

basado en proyectos. No obstante, ello no debe entenderse como propiciar un aprendizaje empírico desconectado de los conocimientos científicos.

La utilización de proyectos en la enseñanza es una herramienta didáctica que ya tiene varios años desarrollándose en países como Holanda, Francia y Estados Unidos, por mencionar algunos, casi todos desarrollados para la enseñanza de la Medicina, la Ingeniería y la Psicología, donde el proyecto permite al estudiante involucrar de manera integradora todos los conocimientos adquiridos, que es como en la vida real se llevan a cabo, ya que para identificar una enfermedad con precisión, un medico debe tomar en cuenta muchas cosas (y no sólo una) tales como: los análisis químicos, síntomas, padecimientos anteriores y actuales, etc. El tomar una decisión basada en un solo diagnostico (de forma aislada) puede traer consecuencias muy graves para el paciente.

Para que los ApP puedan llevarse a cabo tal y como fueron concebidos, deberá transformarse completamente la forma como están concebidos los programas curriculares actualmente ya que se están involucrando distintas áreas de conocimiento, por lo que un grupo de profesores de cada área involucrada tendrá que trabajar previamente en la elaboración de los objetivos académicos y de habilidades que desean desarrollar en el estudiante, las herramientas y metodologías que se van a utilizar, etc. Esto requiere mucho trabajo, además se requiere que los estudiantes sean comunes para estos profesores, para que realmente los puedan asesorar y el proyecto fructifique.

5.2 Nuestra visión de aprendizaje basado en proyectos

Como en la Universidad de Sonora no se puede llevar a cabo una modificación curricular como la que se requiere (por lo menos en estos momentos), nos restringimos a trabajar con Proyectos dentro de la clase común de matemáticas de una hora diaria (generalmente).

En el trabajo con proyectos se utilizaron varias áreas de la matemática como el álgebra, el cálculo, la probabilidad y la estadística, aún cuando la clase curricularmente concebida fuera de cálculo I, se seleccionaron proyectos que también involucraran estimación de promedios, uso de tablas y graficas estadísticas, uso de conceptos probabilísticos, etc., con la finalidad de darle vida al "*modelo integrador tejido"*, así como también se usaron temas de interés para los alumnos según su área de conocimiento, como química, salud, finanzas, construcción, etcétera.

Estos Proyectos se llevaron a cabo en un curso de Introducción al Cálculo Diferencial e Integral del área Químico Biológicas y en dos cursos de Matemáticas Aplicadas II (Cálculo Diferencial) del área Contable Administrativa, por tener acceso a estos grupos.

Es importante considerar que los estudiantes han tenido sólo experiencias de tipo tradicional en su educación escolar, por lo que para la mayoría de ellos, el trabajar con Proyectos es una experiencia totalmente nueva, implicando reacciones de las más

diversas, desde cambios positivos de actitud, hasta renuencia a trabajar en equipo o extra clase.

Para tener una idea de que tipo de Proyectos se han utilizado o realizado en otras Instituciones de Educación (desde básicas hasta Universitarias), nos dimos a la tarea de realizar una búsqueda por Internet en revistas electrónicas especializadas como: www.mathforum.org, www.math.lsa.umich.edu, www.georgetown.edu/proyects, por mencionar algunas.

Un trabajo que nos llamo la atención por su pertinencia y relevancia en la vida real, fue el trabajo realizado por Rosalie A. Dance & James T. Sandefur (1998), donde se analizan los porcentajes de sobrevivientes en los descendientes de una población donde se sufre de malaria, y donde la genética humana ha desarrollado un "gen" para protegerse de este mal, pero con la desventaja de que puede producir, en algunos descendientes, la enfermedad de anemia, que causa la muerte.

Para comenzar con la experiencia de trabajar utilizando proyectos se seleccionó este trabajo y se desarrolló tal y como lo presentan los autores por lo que se obtuvo el permiso correspondiente por escrito, sólo que se tradujo para trabajar con él, en el curso de Cálculo I del área de Químico Biológicas.

5.3 Un primer intento de trabajo con proyectos

Para llevar a cabo el proyecto, se siguieron los pasos descritos por los autores Rosalie A. Dance & James T. Sandefur (1998), los cuales se describen brevemente a continuación:

1. El primer paso, se introduce a los estudiantes en lo concerniente a la anemia falciforme y malaria, cómo se contrae, qué efectos tiene en el organismo, cuál es la relación entre ellas, etc. dándole al estudiante el material ya elaborado.
2. En el segundo paso, se hace una simulación en pequeño del problema real, utilizando fichas en una caja, para obtener la respuesta al problema planteado.
3. El tercer paso, guía a los estudiantes mediante una tabla para que obtengan los resultados obtenidos en la simulación.
4. El cuarto paso, se utiliza un diagrama de árbol y/o una tabla de doble entrada para que los estudiantes puedan generar un ecuación que describa el fenómeno en términos de una sola variable, (en este caso el de los genes falciformes).
5. El quinto paso, se elabora una grafica del fenómeno y se hacen relaciones con el fenómeno real.

El proyecto completo se describe a continuación, donde se pueden apreciar los pasos descritos anteriormente de forma completa.

Un Estudio de la Malaria y la Anemia Falciforme. Un proyecto de Investigación Matemática.

This project was supported, in part, by the National Science Foundation.

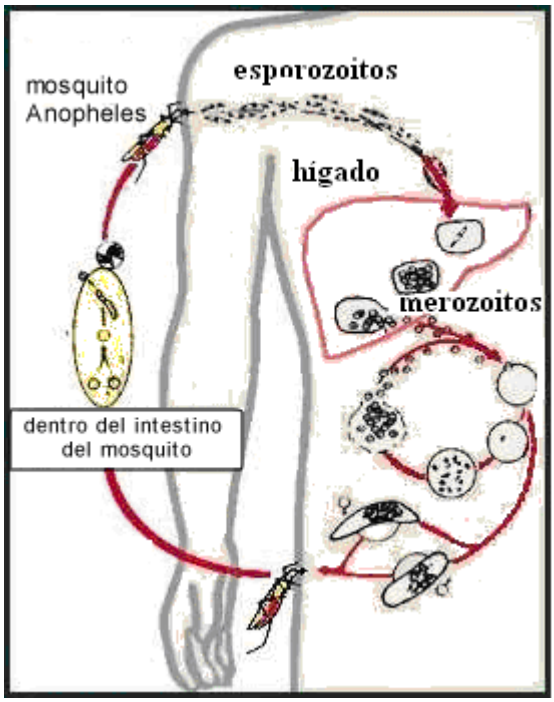
© Copyright by Rosalie A. Dance & James T. Sandefur, 1998

1. La Malaria.

La malaria es trasmitida por la picadura de mosquitos del género *Anopheles* infectados con el parásito *Plasmodium*. Solamente las hembras se alimentan de sangre (son hematófagas), por lo que son las responsables de la transmisión de la enfermedad. Los parásitos responsables de la malaria humana en México y Centroamérica corresponden a las especies *Plasmodium vivax* y *P. falciparum*. Hay cerca de 2 millones de muertes de malaria cada año, haciéndola una de las enfermedades más mortales del mundo. Cuarenta por ciento de la población del mundo está en riesgo de contraer la malaria. Más del 90% de todos los casos de malaria se reportan en África al sur del Sahara. Dos tercios del restante se encuentran en seis países -India, Brasil, Sri Lanka, Vietnam, Colombia y las Islas Salomón, en orden descendente conforme a la incidencia. La mayoría de las muertes son niños menores de 5 años o mujeres embarazadas.

Hay algunas áreas donde hasta 40 % de los niños mueren de malaria cuando las condiciones son insalubres. De acuerdo con un estudio de la Organización Mundial de la Salud en 1996, la forma más eficaz de proteger a los niños es hacer que duerman bajo mosquiteros impregnados con el insecticida permetrhin. Un estudio experimental con este método de la OMS en Gambia redujo el índice de mortalidad en los niños entre recién nacidos y hasta los cinco años en un 60%.

Cuando el mosquito pica una persona infectada, los parásitos se multiplican sexualmente (esporogonia) en el tubo digestivo del mosquito y se desarrollan en las glándulas salivares. Cuando el mosquito inocula los parásitos en un nuevo huésped, colonizan primero el hígado, donde tienen varios ciclos de multiplicación asexuada, y de donde salen para invadir los glóbulos rojos (eritrocitos). Dentro de los eritrocitos, los parásitos se reproducen en forma asexuada (esquizogonia), esta multiplicación es responsable por los síntomas que sufre el huésped. Los eritrocitos infectados y los destruidos pueden causar fallas en el funcionamiento del hígado o los riñones, hipoglucemia, o la malaria cerebral que puede incluir el bloqueo de los vasos sanguíneos que conducen sangre al cerebro.



Estos acontecimientos pueden conducir a la muerte. Cuando el mosquito *Anopheles* ingiere la sangre infectada, los gametocitos se diferencian en su intestino y reinician, por reproducción sexuada, el ciclo biológico.

2. La Anemia Falciforme.

La anemia falciforme es una enfermedad hereditaria de los glóbulos rojos. Los síntomas de la anemia falciforme son causados por una hemoglobina anormal. La hemoglobina, la principal proteína contenida en los glóbulos rojos, transporta el oxígeno desde los pulmones hacia todo el organismo. Normalmente, los glóbulos rojos son redondos y flexibles y se desplazan fácilmente por los vasos sanguíneos. Pero en la anemia falciforme, la hemoglobina anormal hace que los glóbulos rojos se endurezcan y, vistos bajo el microscopio, adoptan la forma de una letra C, como una hoz. Estos glóbulos rojos endurecidos pueden atascarse en los vasos sanguíneos pequeños, interrumpiendo la irrigación sanguínea a los tejidos vecinos. Los glóbulos rojos falciformes también mueren y se descomponen más rápidamente que los glóbulos normales, lo cual produce anemia.

Cada persona tiene dos copias del gene que determina si esa persona tiene la anemia falciforme. Si ambas copias son alelos "normales", solo se produce hemoglobina normal. Si uno de los dos alelos es "defectuoso", entonces esa persona tiene una mezcla de hemoglobina normal y falciforme, una condición conocida como "Carácter de Células Falciformes". El carácter de células falciformes generalmente no produce efectos dañinos a la salud. Si las dos copias de alelos son "defectuosas", solo se produce hemoglobina falciforme y la persona tiene Anemia Falciforme.

La anemia de células falciformes está asociada a una multitud de complicaciones médicas que se extienden de las crisis dolorosas agudas causadas por obstrucción de los vasos sanguíneos, del daño crónico al bazo, a los riñones, a los pulmones, al corazón, a los músculos y al cerebro. La hospitalización repetida para el tratamiento de dolor intravenoso, la terapia con antibióticos y las transfusiones de sangre son emprendidas para tratar los problemas médicos cuando se presentan las crisis. Estos pacientes se mueren prematuramente agobiados por la infección o como consecuencia del daño agudo o crónico de los órganos de cuerpo. Algunos progresos se están logrando hacia el uso de drogas que inducen la producción de hemoglobina "normal" en pacientes falciformes en un esfuerzo para disminuir la frecuencia de crisis falciformes. La única cura conocida para esta enfermedad es el transplante de médula de hueso, un procedimiento médico costoso y de riesgo elevado.

Mientras que el alelo que causa la anemia falciforme se encuentra con mas frecuencia en la gente de ascendencia africana, también ocurre en personas del Mediterráneo, Árabes, India del este, y de ascendencia del Sur y Centroamérica, áreas donde la malaria fue una vez frecuente; esto es más que coincidencia, como veremos. Hay realmente un grupo de variantes de la enfermedad falciforme causadas por un número de mutaciones genéticas (diversos alelos) que afectan la proteína de la hemoglobina. Para simplificar el tema, en este artículo vamos a suponer que hay solamente un alelo.

3. La relación entre las Células Falciformes y la Malaria.

El alelo que causa la anemia falciforme también concede resistencia parcial a la malaria. En individuos con dos "alelos" normales, el parásito de la malaria puede infectar los glóbulos rojos. La destrucción de estas células infectadas puede causar fallas en el riñón y el hígado, anemia, hipoglucemia, el bloqueo de vasos sanguíneos en órganos vitales, tales como el cerebro (que causa malaria cerebral); los niños menores de 5 años tienen un riesgo elevado de muerte si esto ocurre. Pero los glóbulos rojos de individuos con células falciformes son relativamente resistentes a la malaria; además, estos individuos no adquieren la anemia falciforme.

En los Estados Unidos, por ejemplo, no se conoce ninguna ventaja del alelo falciforme sobre la salud, y los padres sanos con un alelo falciforme tienen el potencial de transmitir este alelo

defectuoso a sus descendientes, con la posibilidad de adquirir la anemia falciforme. Pero si una persona vive en un área habitada por los mosquitos que trasmiten el parásito de la malaria, entonces el alelo falciforme se puede considerar positivo en el sentido siguiente. Una célula falciforme crea una condición en los glóbulos rojos que da una cierta protección contra el parásito de la malaria, una causa principal de muertes prematuras en esas áreas.

4. El proyecto.

En este proyecto, modelaremos física y matemáticamente el efecto del alelo que causa la anemia falciforme en la supervivencia de una población. Nuestra meta será entender cómo el proceso genético saca el mejor provecho de una mala situación. La idea matemática dominante en el proyecto es el concepto de "optimización"; la optimización implica conseguir el mejor resultado posible de las circunstancias complicadas que hacen una situación.

Para el modelo físico, utilizaremos fichas de colores para representar los alelos. Los alelos normales los representaremos con fichas de un color y las etiquetaremos con la letra N. Y a los alelos falciformes con fichas de un color distinto y etiquetadas con la letra S. Cada persona tiene dos alelos, por lo tanto, cada persona tiene una de las siguientes combinaciones NN, NS, SN, o SS, donde la primera letra representa el alelo recibido de la madre y la segunda letra representa el alelo recibido del padre.

En lo que concierne al Carácter de Células Falciformes NS y SN son indistinguibles, así que se tratarán como iguales y nos referiremos a ellos solo como "NS". Si una persona tiene SS, supondremos que esa persona desarrollará un caso mortal de anemia falciforme. Si una persona tiene NN, esa persona es susceptible de adquirir la malaria. Simularemos el nacimiento de una persona tomando fichas de una caja. Para producir una persona, se deben de tomar dos fichas para representar los alelos que una persona recibe de sus padres.

Tendremos en cuenta los efectos estadísticos de las muertes en la población debido a la anemia falciforme y la malaria. Por razones relacionadas con el aprendizaje de la matemática, vamos a suponer en este proyecto que solamente un tercio de los niños de una cierta población con dos alelos normales sobreviven a la malaria; sin embargo, esta es una tasa más baja que la supervivencia real. Así que lo más probable es que un tercio de los niños con dos alelos normales mueran debido a la malaria; por lo tanto, dos tercios de los niños con alelos normales sobrevivirán.

Puede incomodar que las muertes de las otras causas no sean tomadas en cuenta Sin embargo, se espera que la muerte de otras causas se distribuya más o menos equitativamente entre los miembros de la población NN, "NS" y SS, puesto que no hay relación entre el carácter de célula falciforme y otras enfermedades o condiciones fatales. Así, la muerte de otras causas no afectará nuestro modelo.

I. Modelando una Población con Riesgo de Contraer Malaria: Un modelo Físico.

Material de Clase.

Vamos a simular el nacimiento de niños donde existe el riesgo de contagio de malaria y de la anemia falciforme. Se asume que esta población nace en un área en la que **un tercio de los niños NN sobreviven a la malaria**. También se asume que ninguno de los niños SS sobrevive a la anemia falciforme. En esta simulación, experimentaremos con diferentes herencias genéticas en la población (esto es, diferentes proporciones de alelos N y S que transmiten los padres) para ver como las diferentes herencias genéticas afectan la cantidad de niños que sobreviven tanto a la malaria como a la anemia falciforme.

El que puedas completar la siguiente simulación del proceso genético, te ayudará a prepararte para el desarrollo matemático del modelo de Poblaciones. Antes de que comiences, designa una persona para que sostenga la caja con fichas, una persona que extraiga las fichas y una persona

que lleve el registro de los datos.

Simulación 1. Pon seis fichas N y cuatro fichas S dentro de la caja. La caja representa la herencia genética inicial de una población adulta en la cual la proporción de alelos normales, N, es 6/10 = 0.6 y la proporción de células falciformes, S, es de 0.4. Tú puedes ahora simular el nacimiento de los hijos de esta población. La persona designada para sacar fichas de la caja, lo hará de forma aleatoria, esta selección debe ser anotada, y la ficha será regresada a la caja. Obtén otra ficha de la caja, registra el tipo de ficha y regrésala a la caja. Hasta ahora, tu pudiste obtener NN, SS o "NS" (que contará igual si obtuviste SN). Estos serán los alelos del primer niño nacido. Repite el proceso hasta obtener los alelos de 30 "nacimientos", cuando hayas completado las 60 extracciones de fichas, tendrás las combinaciones de NN, SS o NS para los 30 niños
Cada niño con SS morirá de anemia falciforme, los NN estarán en peligro de morir de malaria. En esta simulación asumimos que 2/3 partes de los niños NN morirán de malaria. El número de niños que sobrevive hasta una edad adulta será igual al número de niños con genes NS y un tercio de los niños con NN. Cuando hicimos la simulación obtuvimos un total de 13⅓ de sobrevivientes, los cuales están registrados en la Tabla 1. Registra tus resultados en la tabla 1, en el espacio bajo el 0.6, ya que tu población representa un promedio en el numero de sobrevivientes, (tu población puede que tenga un numero fraccionado de "gentes" como a nosotros nos dio).

Tabla 1: Resultados de la simulación con 1/3 de sobrevivientes NN de malaria		
Fracción de alelos N en la población adulta	0.6	0.3
Número total de sobrevivientes de los 30 nacimientos que llegan a edad adulta, en tu grupo		

Simulación 2: Repite el proceso de la Simulación 1, pero en esta ocasión con 7 fichas S y 3 fichas N. Recuerda que la caja representa la herencia genética de la población adulta en la cuál la proporción de alelos normales, N, es 0.3. Asume otra vez, que 2/3 de los NN mueren de malaria y todos los niños con genes SS mueren de anemia falciforme. Registra tu resultado en el espacio debajo del 0.3 de tabla 1.

1. Se puede ver que el tamaño de la población de niños sobrevivientes es una función de la fracción de la cantidad de alelos N de los adultos, llamaremos a esta función f(n). ¿En tu simulación, cual es el valor de $f(0.6)$? ¿qué valor obtuviste en $f(0.3)$? En el contexto de este modelo, ¿cuál es dominio rango de esta función?

II. Elaborando un modelo matemático de la Población.

Ya se simuló el nacimiento de una población por medio de la selección aleatoria de 30 "nacimientos" y se modeló sucesos de muerte probabilidades dadas. Estudia tu tabla y la de los demás en el grupo, y compara los resultados obtenidos. El propósito de esta simulación es ayudarte a entender el proceso genético y la manera en que la incidencia de las dos enfermedades afecta los índices de supervivencia de los niños.

A continuación investigarás cómo el tamaño de la población de sobrevivientes P depende de la fracción de alelos N, en los padres. Por ejemplo, supón que el 60% de los alelos en los padres es N y que el 40% es S (como se representó con las fichas y la caja). Imagina que vas a sacar fichas de manera aleatoria de la caja, remplazando las fichas después de cada extracción, para obtener los 30 nacimientos, con un total de 60 fichas, dos fichas (alelos) para cada nuevo nacimiento. En lugar de simular nacimientos y muertes, harás una predicción con expresiones numéricas basadas en probabilidades, utilizando las fracciones que ya conoces para describir la situación. Se quiere conocer el número de individuos NN que se esperan en un total de 30 nacimientos si la fracción de N alelos en la población adulta es n = 0.6. Para calcular este número, multiplica la probabilidad con la que un padre contribuye con un alelo N por la probabilidad con la que la madre contribuye con otro alelo N y después multiplícalo por el número de nacimientos, es

decir: 0.60x0.60x30 = 10.8 niños NN.

2. Utiliza el diagrama de árbol o la tabla 2x2 como en la Figura 1)a o 1b) para ayudarte a calcular el número esperado de niños que nacen "NS" y el número esperado de nacimientos con SS.

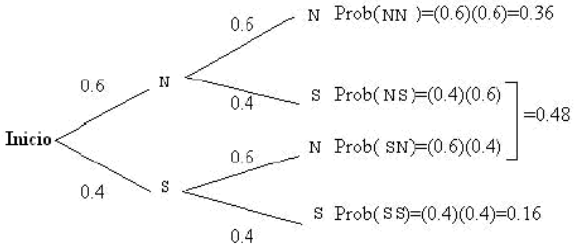


Figura 1a) diagrama de árbol

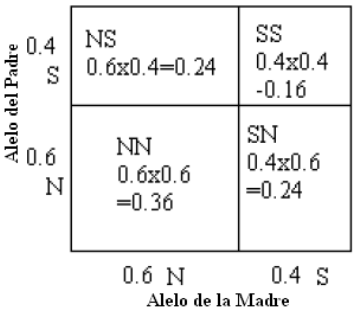


Figura 1b) tabla 2x2

3. Representemos la fracción de los padres con alelos N con la letra ***n***. Representemos por *f*(*n*) el número total de niños que se espera que sobrevivan a la malaria y a la anemia falciforme, bajo el supuesto de que dos tercios de los niños NN mueren de malaria y que ninguno de los niños SS sobrevive a la anemia falciforme. Encuentre *f* (0.6) y completa la tabla 2 debajo de "0.6", esto te ayudará a organizar la información.

Tabla 2: Resultados de las predicciones cuando 1/3 de NN sobreviven a la malaria.

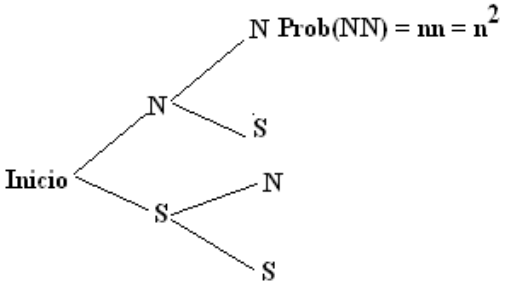
Fracción de alelos N en la población adulta.	0.6	0.4	0.3	n
Fracción de alelos S en la población adulta.				
Número de nacimientos NN de la población de 30				
Número de nacimientos NN que sobreviven a la malaria.				
Número nacimientos "NS" de la población de 30.				
Total nacimientos que sobreviven y llegan a edad adulta de la población de 30.				

4. Encuentra *f* (0.4) y *f* (0.3). (Para cada uno completa un diagrama de árbol similar a la figura 1 y después completa la columna "0.4" y "0.3" de la Tabla 2.)

Compara la última hilera de la Tabla 1 con la última hilera de la tabla 2. La Tabla 1 es un registro de una simulación física; la Tabla 2 es una predicción matemática basada en las probabilidades. Suponiendo que hayas juntado los resultados de todos los grupos en tu clase sobre la Tabla 1, se debe de tener un cuadro razonable de lo que puede suceder en alguna población. Compáralos con los de la tabla 2. Ni la simulación física ni el modelo matemático se deben pensar como cuadro totalmente exacto de lo qué sucederá en el mundo real en un caso dado; pero no es usual que el mundo real refleje exactamente los resultados esperados.

5. En lugar de simular los nacimientos y muertes, haremos una predicción utilizando expresiones algebraicas. Representemos por ***n*** la fracción de N fichas en la caja y representemos por ***s*** la fracción de S fichas en la caja. Calculemos simbólicamente el número

de nacimientos NN y el número de nacimientos "NS", utilizando ***n*** y ***s***. Utiliza estos resultados para completar la última columna de la tabla 2. Si utilizas un diagrama de árbol como el de la figura 2 o un modelo de área como el de la Figura 3 te servirá de mucha ayuda.



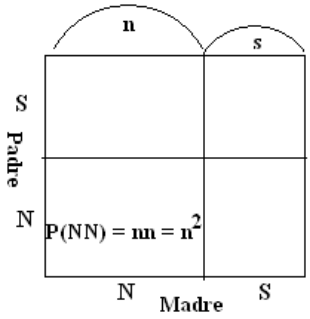


Figura 2 Figura 3

6. Ahora escriba la función $f(n)$ para el número de 30 niños que alcanzaron la edad adulta, donde ***n*** es la fracción de N alelos en el banco de genes. Probablemente hayas escrito las expresiones de la última columna de la Tabla 2 en términos de ***n*** y de ***s***. Reescribe tus expresiones en términos de ***n*** únicamente. Esto te ayudará a desarrollar la expresión de $f(n)$. Recuerda que todos los alelos son N o S, así que si ***n*** es la fracción de un tipo, puedes fácilmente expresar ***s*** en términos de ***n***.

7. Factoriza la función $f(x)$,

8. Grafica la función $f(n)$. Etiqueta las unidades en los ejes Vertical y Horizontal. ¿Qué representan los números sobre el eje Horizontal? ¿qué representan los números en el eje vertical?

9. ¿Cuál es el dominio de la función, en este contexto? Es decir, ¿que valores de n son posibles en el mundo real?

10. Obsérvese como el tamaño de la población que sobrevive varia con el valor de n. ¿qué significa esto? Obsérvese como la pendiente de la grafica de $f(n)$ cambia. Explique que significa esto en términos de esta situación, cuando $f(n)$ tiene pendiente positiva, Explique que significa que la pendiente sea negativa.

11. ¿Que valor de ***n*** maximiza el número de niños que sobreviven y llegan a ser adultos en nuestro ejemplo cuando las dos terceras partes mueren de malaria? ¿Cómo se relaciona el valor de n con los valores donde la grafica interfecta el eje n? ¿Cuál es la fracción de los nacimientos que sobreviven y legan a ser adultos en este caso?

Observa que aunque se supone que todos los niños SS mueren antes de ser adultos, los datos s = 0 y n= 1, no maximizan el número de niños que sobreviven y llegar a ser adultos La malaria es un factor significativo.

12. Supongamos que hay 1000 nacimientos.

(a) Escriba una función diferente, digamos g(n), para el número de niños que sobreviven a la malaria y ala anemia falciforme si la fracción de NN que mueren de malaria es 1/10.

(b) ¿Cuáles son las intercepciones con el eje n?

(c) ¿Cuál es el valor de n que maximiza el número de niños que sobreviven y llega a ser adultos donde 1/10 de los NN mueren de malaria? ¿Cuál es la fracción de nacimientos que sobreviven y llegan a ser adultos en este caso?

(d) Grafique g(n).

13. Las dos funciones que encontraste f(n) y g(n), son del mismo tipo de función. (¿Que clase?) En ambos casos, como se relaciona con las intersecciones con el eje n, el valor n que maximiza la función? ¿Por qué debe éste ser el caso en esta clase de función?

Resumen.
Una razón por la que la célula falciforme ocurre con relativa alta frecuencia en algunas poblaciones humanas es que, en las áreas donde prospera el parásito de la malaria, la presencia de la célula falciforme da lugar a la supervivencia de una fracción más grande de la población. Esto se llama una "ventaja de supervivencia." Se cree que este tipo de relación existe también para otras enfermedades y rasgos genéticos. Por ejemplo, hay una cierta evidencia de que la gente con un único alelo del que causa la fibrosis cística tiene una mayor oportunidad de sobrevivir al cólera.
Un aspecto importante que hay que hacer notar sobre la relación entre una enfermedad y un nuevo alelo es el siguiente. Las mutaciones genéticas ocurren aleatoriamente en un cierto plazo, y una población grande puede generar un número grande, diverso de genes transformados. La mayoría de las mutaciones no tienen ningún efecto beneficioso o negativo en la población, sino que algunas mutaciones pueden dar protección en contra de una nueva enfermedad o el peligro ambiental. Cuando estos alelos llegan a ser útiles, tienden a incrementar su predominio entre la población permitiendo que un número mayor de individuos sobreviva a la enfermedad o a la condición ambiental; la naturaleza tiende a optimizar.
Si la población de una especie es pequeña, por ejemplo en el caso de una especie en peligro de extinción, hay pocas oportunidades potenciales para que las mutaciones genéticas beneficiosas ocurran y que podrían ayudar a la especie a sobrevivir los nuevos peligros. La diversidad genética ayuda a una especie a sobrevivir.

5.4 Resultados obtenidos y modificaciones

Los resultados obtenidos se pueden catalogar en dos rubros opuestos, que llamamos pros y contras y que describiremos a continuación:

Pros: Los estudiantes mostraron mucho entusiasmo, le dedicaron horas extra clase con muy buena disposición, llevaron a cabo consultas breves con sus otros profesores del área de Química y Biología para entender el mecanismo genético, la transmisión de la malaria y como es que la naturaleza humana modificó la genética para protegerse. También mostraron mucho entusiasmo por la clase de matemáticas y su aplicación en la vida real, comentando que hasta que elaboraron el proyecto sintieron que la clase de matemáticas es realmente útil para su carrera, así mismo se dieron cuenta de que al plantear y resolver un problema se involucran varias áreas del conocimiento, así como varias ramas de la matemática.

Como se llegó a la formulación de la función cuadrática de manera natural, los estudiantes se vieron más entusiasmados, y sintieron verdaderamente la diferencia entre estudiar la función cuadrática dada por el profesor y después ver el ejemplo, contrario a llegar a la función cuadrática mediante el ejemplo.

Las discusiones grupales y el trabajo en equipo permitieron a los estudiantes trabajar de manera diferente a la tradicional, donde sintieron que aprendieron más, ya que fueron

ellos los que exponían los resultados obtenidos al resto del grupo y esto los forzaba a entender completamente el procedimiento para poder describirlo.

Contras: Nos dimos cuenta que al darles a los estudiantes el proyecto tan guiado no pasaban por los momentos de Chevallard:

Primero: Al darles a los estudiantes el material ya elaborado, no pasaron por "el momento del primer encuentro" donde es importante que sean ellos mismos los que hagan una búsqueda bibliográfica completa del proyecto, obtengan datos reales del mismo y se planteen un problema a desarrollar dentro del proyecto. Creemos que esto, además, desarrolla en los estudiantes la habilidad para investigar, que es otra habilidad que se debe desarrollar con los proyectos.

Segundo: El guiar a los estudiantes mediante los diagramas y las tablas se priva del segundo momento "el momento exploratorio" donde ellos ponen a prueba sus habilidades y conocimientos matemáticos para tratar de resolver el problema, aquí se les decía como hacerlo. Esto no desarrolla en los estudiantes la habilidad para resolver los problemas por ellos mismos.

Tercero: A pesar de que no se llegó de manera tradicional a la función cuadrática, sentimos que no fueron los propios estudiantes los que descubrieron que es esta función la que describe y resuelve el fenómeno.

Tratando de rescatar los pros y evitando los contras se decidió que los proyectos de las clases de Matemáticas II en el área Contable- Administrativa se llevarían de manera diferente, esto es, que fueran los estudiantes quienes eligieran el tema del proyecto para trabajarlo en equipo, y dentro de cada equipo, se llegara al problema que se quería resolver. Esto requirió que los estudiantes hicieran una pequeña investigación para hacerse llegar de toda la información necesaria para entender en un primer momento el problema, posteriormente identificar el problema específico que se iba a resolver y por último solucionarlo. Esto llevó a que pusieran en práctica habilidades matemáticas para describir, resolver y exponer al resto del grupo el Proyecto que se desarrolló.