3 HERRAMIENTAS DE MATEMÁTICAS

Entre las operaciones matemáticas más comunes se encuentran: Suma, Resta, Multiplicación, División, Elevación a Potencias y Extracción de Raíces, que se indican con los signos siguientes:

-El signo de la Suma es +, que se lee mas.

-El signo de la Resta es -, que se lee menos.

-El signo de la Multiplicación es x, que se lee multiplicado por. Otro modo de representar a esta operación seria: a.b, (a) (b) y esto equivale a a x b.

-El signo de la División es ÷, que se lee dividido entre.

-El signo de la Elevación a Potencia es el exponente, que es número pequeño colocado arriba y a la derecha de una cantidad, el cual indica las veces que dicha cantidad, llamada base, se toma como factor. Así, a^3=a.a.a.

-El signo de raíz es √, llamado signo radical, y bajo este se coloca la cantidad a la cual se le extrae la raíz. Así, √a equivale a la raíz cuadrada de a [12].

3.1 Logaritmos y exponentes

Enseguida se tienen las leyes de los exponentes. Supóngase que *a* y *b* son números reales positivos y que *x* y *y* son cualesquiera números reales [13]. Entonces:

Tabla 3-I: Leyes de los exponentes

Leyes	Ejemplos
1. $a^x a^y = a^{x+y}$	$2^{\sqrt{5}} 2^{\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$
2. $\left(a^x\right)^y = a^{xy}$	$\left(3^{\sqrt{8}}\right)^{\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{8}.\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{16}} = 3^4 = 81$
3. $(ab)^x = a^x b^x$	$(2.3)^2 = 2^2.3^2 = 4.9 = 36$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$	$\frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$
6. $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$	$\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a} = a^{\frac{1}{3}-1} = a^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{a^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$
7. $a^0 = 1$	$5^0 = 1$

3.2 La ecuación de la recta

La ecuación de una recta que pasa por el punto (x_1, y_1) y tiene pendiente m, es: $y - y_1 = m\ (x - x_1)$ [14]. Substituyendo los valores de (x_1, y_1) se obtiene otra forma también conocida de la ecuación de la recta; que es y=m x + b. Donde b representa la intersección de esta con el eje y cuando x tiene el valor de cero.

3.2.1 Fenómenos experimentales y la ecuación de la recta

Los temas a tratar como objeto de estudio de la materia Laboratorio Fundamentos de Ingeniería Química I (Clave 8989), incluyen el análisis de fenómenos que se modelan por medio de una recta. Ejemplos de estos casos son el efecto de la concentración de un soluto en la viscosidad de un líquido, el efecto de la temperatura en la viscosidad de un líquido y el efecto de la temperatura en la presión de vapor.

El efecto de la concentración de un soluto en la viscosidad de un líquido está representado por la ecuación (4)

$$\eta = AC + B \qquad (12)$$

Donde η es viscosidad, C es concentración del soluto y A y B son constantes. El efecto de la temperatura en la viscosidad de un líquido esta representado por la ecuación (5)

$$Ln(\eta) = \frac{A}{T} + B \qquad (13)$$

Donde η es viscosidad, T es concentración del soluto y A y B son constantes. Finalmente, el efecto de la temperatura en la presión de vapor de un líquido está representado por la ecuación (6)

$$Ln(Pvap) = -\frac{\Delta Hvap}{RT} + C \qquad (14)$$

Donde Pvap es la presión del vapor, ΔHvap es la entalpía de vaporización, R la constante de los gases, T la temperatura y C una constante.

Durante la realización y análisis de las prácticas diseñadas para estudiar los fenómenos antes mencionados es necesario correlacionar estos modelos con la ecuación de la recta para así identificar de forma rápida la información relevante. La Tabla 3-II muestra la comparación de las ecuaciones (12), (13) y (14) con la ecuación de la recta.

Tabla 3-II: Modelos lineales de fenómenos físicos

Fenómeno Físico	Valor de Y	Valor de m	Valor de x	Valor de b
Efecto de la concentración de un soluto en la viscosidad (4)	η	A	C	B
Efecto de la temperatura en la viscosidad (5)	$Ln(\eta)$	A	$\frac{1}{T}$	B
Efecto de la temperatura en la presión de vapor (6)	$Ln(Pvap)$	$-\frac{\Delta Hvap}{R}$	$\frac{1}{T}$	C

3.3 Ecuaciones diferenciales

Una ecuación diferencial contiene derivadas de una función desconocida. Una función f es una solución de una ecuación diferencial si satisface la citada ecuación; es decir, si al sustituir f por la función desconocida se obtiene una igualdad. Resolver una ecuación diferencial significa encontrar todas sus soluciones. A veces, además de la ecuación diferencial, se conoce también un valor de la función f que se llama condición inicial [14]. En el contenido del presente manual, el planteamiento y solución de ecuaciones diferenciales es requerido cuando se estudian o modela el mezclado de tanques, lo cual es objeto de estudio de la sección de prácticas de Balance de Materia y Energía (Capítulo 6). El planteamiento de una ecuación diferencial se basa en la ecuación general de balance de masa con ausencia de reacción (Ecuación 7)

$$Acumulación = Entradas - Salidas \qquad (15)$$

La ecuación 15 se aplica a 3 situaciones diferentes; estas son a) la adición de un flujo F de concentración C de un soluto a un volumen V que inicialmente está libre de soluto, b) la adición de un flujo F de concentración C de un soluto a un volumen V que inicialmente tiene una concentración C_0 de este soluto, y c) El mezclado de tanques en serie. En todas estas situaciones se obtienen ecuaciones diferenciales de la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \tag{16}$$

Donde y es la variable dependiente, x representa la variable independiente, P(x) y Q(x) son constantes o funciones de x. La solución de la ecuación (16) representará la concentración o número de moles del soluto en el tanque como una función del tiempo. La solución de la ecuación (16) se obtiene por el método del factor integrante (Ecuación 17).

$$y = \frac{\int e^{\int P(x)dx} Q(x)dx + C}{e^{\int P(x)dx}} \tag{17}$$