

5 Tratando con datos para depósitos de múltiples elementos

Hablando en términos generales, los depósitos de múltiples elementos contienen más de un metal que es fuente de réditos. Esto se aplica a la mayoría de depósitos no ferrosos. Los depósitos complejos de sulfuros volcánogénicos a menudo contienen cinco componentes: Cu, Pb, Zn, Ag y Au. En este caso, cada componente tiene que ser ponderado por separado como se muestra en el Capítulo 4.

5.1 Diagramas ternarios.

Como en petrología, los diagramas ternarios son a menudo usados para mostrar las relaciones cuantitativas entre los elementos en los depósitos de elementos múltiples.

Como ejemplo, se ha seleccionado un depósito con 7% Zn, 2% Cu, y 4% Pb. La relación de los elementos es mostrada en un diagrama Cu-Pb-Zn.

La construcción del diagrama se hace en dos pasos:

Paso 1: Se determina la relación relativa de los elementos:

$Zn + Cu + Pb = 100\%$, por ejemplo 54% Zn, 15% Cu, 31% Pb.

Paso 2: Dibujando las relaciones de elementos en el diagrama Cu-Pb-Zn (Figura 9a).

Los puntos de las esquinas del diagrama representan minerales los cuales contienen un metal solamente, esto quiere decir, que ellos corresponden al 100% de las leyes de Cu, Zn o Pb respectivamente; en cada caso, los otros dos elementos no son representados.

La esquina opuesta de Zn, entre Cu y Pb, significa; que cada mineral que se dibuja en ese lado no contiene Zn, solamente Cu y Pb en proporciones que varían de 0 a 100%.

Para encontrar el punto correspondiente a nuestro ejemplo, primero miramos para la línea del 54% Zn en el diagrama de la Figura 9a. Después encontramos la línea de 15% Cu. El punto de intersección es el punto buscado. Ya que los tres elementos juntos deben sumar 100%, la ley de Pb puede ser leída automáticamente.

Si, por ejemplo, todos los puntos tomados de diferentes partes del mismo depósito, o de un grupo de depósitos relacionados se dibujan en la misma esquina del diagrama ternario, se usa a menudo una convención con la cual solamente esta sección del diagrama es dibujada en detalle con la posición relativa de la

esquina seleccionada sistemáticamente, mostrada para el propósito de orientación en un pequeño diagrama ternario (véase Figura 9b).

Si es necesario dibujar puntos adicionales los cuales son, relativamente ricos en Zn, entonces usando el ejemplo anterior, la esquina del Zn del diagrama en la Figura 9a podría ser seleccionada con las otras esquinas fijas a un 50% Cu y 50% Pb como se muestra en la Figura 9b.

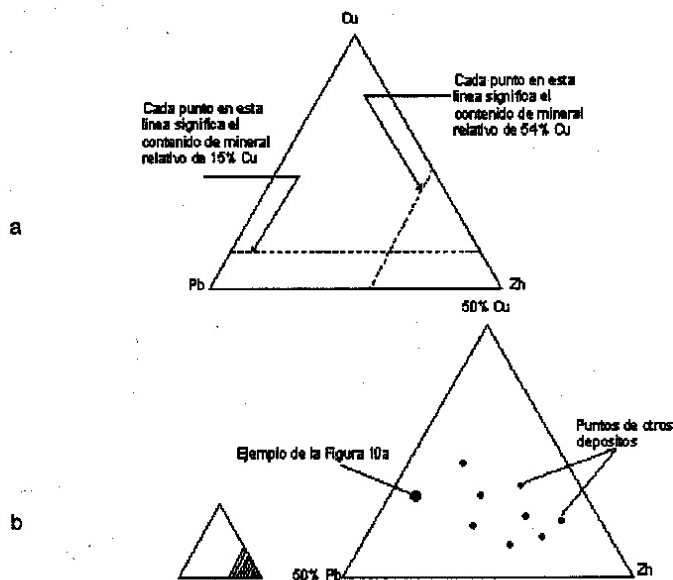


Figura 9. a. Diagrama ternario Pb-Zn-Cu. b. Diagrama ternario anterior modificado.

5.2 Análisis de regresión.

A menudo vale la pena examinar como en un complejo polimetálico los elementos mayoritarios de cada depósito de mineral se correlaciona uno con otro, o estos se correlacionan con los elementos minoritarios. Esto es logrado mediante un análisis de regresión.

Existen dos casos a distinguir: Correlaciones positivas y negativas.

- a) Correlación positiva (Figura 10a): Con el incremento de x , y se incrementa también. La Plata por ejemplo, es a menudo correlacionada positivamente con el Plomo.
- b) Correlación negativa (Figura 10b): Con el incremento de x , y disminuye. En depósitos volcanogénicos de Cu-Zn, por ejemplo, Cu y Zn están a menudo negativamente (o inversamente) correlacionados.

La regresión sigue la ecuación general de la línea recta:

$$y = a \cdot x + b.$$

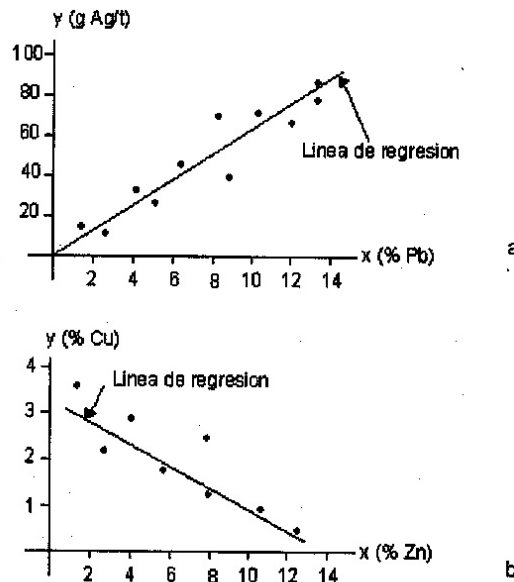


Figura 10. a. Ejemplo de una correlación positiva. b. Ejemplo de una correlación negativa.

La línea recta es determinada en una manera que las distancias de cada punto (x_i , H_{ii}) a la línea recta son minimizadas, por ejemplo, la línea recta es el mejor ajuste para los puntos, con a y b como los coeficientes de regresión. Las ecuaciones para los coeficientes de regresión son:

$$a = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

con \bar{x} y \bar{y} siendo las medias aritméticas:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

Para determinar el grado de correlación, el coeficiente de correlación r es calculado. $r = 0$ si no hay correlación, y $r = 1$ en caso de una correlación perfecta, por ejemplo cuando todos los puntos yacen en la línea de regresión.

El cuadrado del coeficiente de correlación es determinado de la manera siguiente:

$$r^2 = \frac{\left[\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} \right]^2}{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}$$

r^2 es llamado también el coeficiente de determinación B. Es una medida del grado de correlación. Indica que porcentaje de la distribución puede ser explicado por la regresión lineal.

Ejemplo. Durante el primer muestreo de un depósito aluvial de Colombio-Tántalo fueron requeridos los concentrados de varias ubicaciones de la concesión. Las muestras contenían las siguientes leyes de Cb y Ta (Tabla IVa). ¿Cómo están correlacionados el Cb y el Ta?

Las leyes de Ta son llamadas x_i , las leyes de Cb y_i , (Tabla VIb). Luego, los valores auxiliares son calculados.

$$a = \frac{7669.82 - \frac{186.7 \cdot 213.8}{5}}{7369.31 - \frac{(186.7)^2}{5}} = \frac{7669.82 - 7983.29}{7369.31 - 6971.38} = -0.79$$

$$b = 42.8 + 0.79 + 37.3 = 72.3$$

Tabla VIa.

Concentrado (% BaSO ₄)	Ta ₂ O ₅ %	Cb ₂ O ₅ %
C ₁	22.30	54.5
C ₂	47.90	33.8
C ₃	33.40	45.8
C ₄	43.70	38.5
C ₅	39.00	41.2

Tabla VIb.

x_i	x_i^2	y_i	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
22.3	497.29	54.5	3970.25	1215.35
47.9	2294.41	33.8	1142.44	1619.02
33.4	1115.56	45.8	2097.64	1529.72
43.7	1909.69	38.5	1482.25	1682.45
39.4	1552.36	41.2	1697.44	1623.28

La línea de regresión, por consiguiente, tiene la ecuación:

$$y_{(Cb-Com)} = -0.79x_{(Ta-Com)} + 72.3.$$

El coeficiente de correlación resultante es:

$$r^2 = \frac{\left[766982 - \frac{1867 \cdot 2138}{5} \right]^2}{\left[736931 - \frac{(1867)^2}{5} \right] \left[939002 - \frac{(2138)^2}{5} \right]}$$

$$r^2 = \frac{[766931 - 798329]^2}{[736931 - 697138][939002 - 914209]} = \frac{(-31347)^2}{(397.93 \cdot 247.93)} = 0.996$$

Este coeficiente de correlación tan alto, indica una correlación negativa casi ideal (Véase también la Figura 11), sugiere que Cb y Ta se sustituyen uno al otro en un mineral, como en la Tantalocolumbita. Puesto que, r^2 (o B) = 0.996, el coeficiente de determinación es 99.6%, por ejemplo 99.6% de la distribución puede ser explicado por una regresión lineal.

Si el coeficiente de correlación r es más pequeño, por ejemplo, más cercano a cero que a uno, la pregunta que surge es si la correlación entre los dos elementos es real, o solamente aparente debido a una casualidad en la distribución de un número limitado de muestras.

Para responder estas preguntas de estadística, trabajamos con la llamada hipótesis cero. Seleccionando un número, el cual es el porcentaje del número de veces que se espera que exista la no-correlación. Esto es llamado el nivel de

significancia. Una selección común para un nivel de significancia es 5%, lo que significa que hay 1 oportunidad entre 20 de que no haya correlación, y 19 de 20 de que la correlación sea real. Entonces, el coeficiente de correlación mínimo puede ser calculado como una función del número de pares de datos (Figura 12).

Usaremos la Figura 12. Para 10 pares de muestras, el coeficiente de correlación mínimo a un nivel de significancia de 5% es $r=0.63$. A este nivel de significancia elegido la correlación es no significativa.

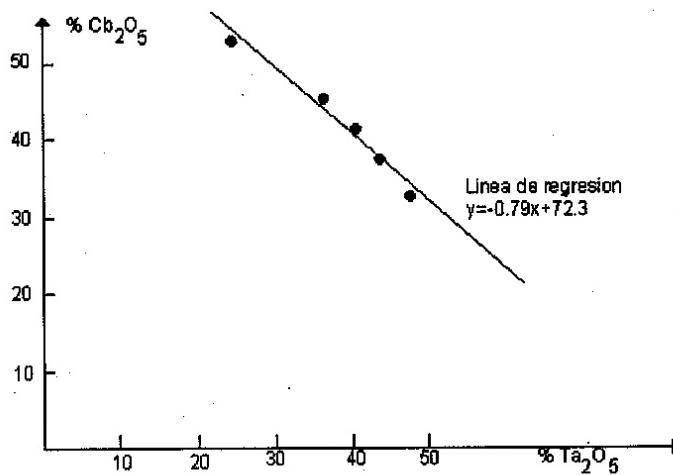


Figura 11. Correlación negativa de Cb y Ta en cinco concentrados.

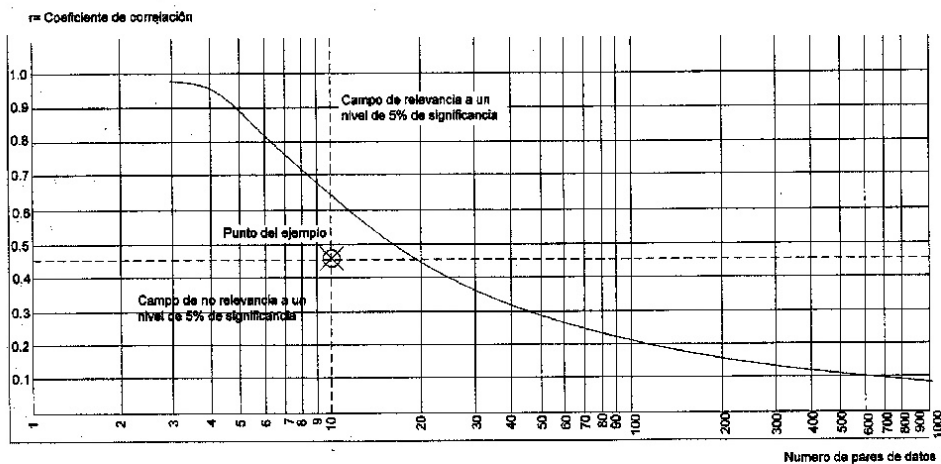


Figura 12. Coeficiente mínimo de correlación a un nivel de significancia de 5%.

5.3 Cálculo de equivalencias de metales.

Para depósitos con varios componentes económicos, un equivalente de metal es calculado por lo general para determinar, por ejemplo, la ley de corte (Véase Capítulo 10.1) de tal manera que solo los costos de operación sean recuperados. Los equivalentes de metales son determinados en base a los precios que la mina recibe para los productos individuales, por ejemplo, los componentes son "reducidos a un común denominador".

Ejemplo. Tenemos que evaluar un depósito pórfido de Cobre-Molibdeno. El Molibdeno es convertido a equivalente en Cobre.

1) Primero, tenemos que hacer suposiciones de precios. El cómo llegar a una suposición de un precio razonable se trata en el Capítulo 2. Para el Cobre existe un precio de cambio de metal el cual asumimos que será de 0.75 EE.UU.-\$/lb. Este, sin embargo es el precio del Cobre refinado. La mina no produce ningún Cobre refinado, pero sí concentrados de Cobre. Debemos, por consiguiente deducir gastos de fundición y refinación y el transporte de mina a fundición. (El Capítulo 7 abarcara este problema con más detalle) En este caso las deducciones son de 0.25 EE.UU.-\$/lb así que la mina se queda con 0.50 EE.UU.-\$/lb. Esto es el retorno neto de fundición recibido por la mina.

Puesto que este retorno solo aplica a los valores actuales de Cobre recuperados, tenemos que tomar en cuenta las pérdidas de beneficio. Suponiendo un 90% de recuperación. Así la mina recibe por libra de Cobre del mineral:

$$0.9 \cdot 0.50 \text{ EE.UU.-} \$ \cong 0.45 \text{ EE.UU.-} \$/\text{lb}$$

2) Los cálculos para el Molibdeno son más sencillos, porque hay un precio del concentrado el cual suponemos que es de 4.75 EE.UU.-\$/lb Mo, en concentrado de MoS_2 . Esto también es el retorno neto de fundición para la mina. La recuperación de Molibdeno, la cual es normalmente más baja que la del Cobre, debe también ser tomada en cuenta. Esta se supone en un 80%. La mina recibe por cada libra de Mo contenida en el mineral:

$$4.75 \text{ EE.UU.-} \$ \cdot 0.8 \cong 3.80 \text{ EE.UU.-} \$/\text{lb Mo}$$

El factor de conversión de Molibdeno a su equivalente de Cobre es $KV = 3.80/0.45 = 8.44$.

La ecuación es:

$$\text{Equivalente de CuE} = \% \text{ Cu} + 8.44\% \text{ Mo.}$$

Ejemplo. Se tiene un cuerpo mineral con leyes de: 0.4% Cu y 0.03% Mo. Aplicando la formula resulta en:

$$\text{Cu - E} = 0.4 + 8.4 / 0.03 = 0.65\% .$$

Si la ley ha sido dada en MoS_2 , esta tiene que ser convertida por el factor de 0.6 (Véase en Capítulo 1.3). Esto puede, por supuesto, ser incluido en el factor de conversión. KV sería entonces:

$$0.6 \bullet 8.44 = 5.06$$

Ejemplo. Un bloque de mineral tiene una ley de 0.4% de Cu y 0.04% MoS_2 . Así el equivalente de Cobre sería:

$$\text{Cu - E} = 0.4 + 5.06 \bullet 0.04 = 60\% .$$

Cuando tratemos con precios de equilibrio en el Capítulo 11.7.2 será necesario regresar a depósitos de múltiples elementos. En cálculos económicos posteriores los precios supuestos tendrán que variar (Capítulo 11). El uso de equivalencias de metales implica necesariamente relaciones de precios constantes entre metales. Esto es raramente cierto.