10 Métodos adicionales de planeación económica.

Antes de entrar en los cálculos económicos deben de considerarse dos métodos de planeación económica los cuales pueden influir en la economía de un depósito mineral:

-determinación de una ley limite de corte;
-optimización lineal cuando hay varias alternativas.

10.1 Cálculo de las leyes límite de corte.

La optimización económica de las leyes límite de corte, relacionada al tiempo de vida óptimo de una mina (Véase en el Capítulo 8.2) es un problema complejo. En la práctica, sin embargo, las leyes limite de corte en costos de operación son frecuentemente usadas, ya que permiten a si mismas su rápida y fácil determinación.

10.1.1 Caso normal de un límite en costos de operación.

¿Cuál es la ley limite en costos de operación en un depósito de Oro con costos de operación de 55 \$/t con un precio del Oro de 400 \$/oz? La recuperación en el molino es 90% y la dilución en el minado es de 10%.

Los costos de operación son 55 \$/t. A 31.103 g por onza (Véase en el Capítulo 1.1.4) equivalen a \$55:

$$\frac{55}{400} \bullet 31.103 = 4.28 \text{ g } {}^{Au}\!/_{t}.$$

La recuperación en el circuito de molienda es de 90% (o sea, ε=0.9, Véase en el Capítulo 6.3), y la dilución en el minado es de 10%, así que el límite en costos de operación es:

$$\frac{4.28}{0.9} \bullet 1.1 = 5.2 \text{ g } {}^{Au}\!/_{t}.$$

10.1.2 Cálculos de límite para tajos.

10.1.2.1 Relación de descapote marginal. Como se muestra en el Capítulo 9.3.2.3, los costos de operación a cielo abierto dependen principalmente de la relación de descapote. La Figura 16 muestra que a mayor profundidad, lo menos favorable es la relación de descapote. La profundidad final de una mina a cielo abierto es a menudo determinada por un limite en los costos de operación, o también llamado relación de descapote marginal, la cual es definida como la ley que apenas cubre los costos operativos totales.

Ejemplo. Una arenisca que alberga un depósito de Uranio (Figura 18) con una inclinación de 45° va a ser desarrollado en operación a cielo abierto. Las leyes son de 0.3% U_2O_3, la dilución será de 20%, la recuperación en el beneficio de 85%: Los costos de beneficio han sido estimados en 27 \$/t, los gastos generales de 11 \$/t, y los costos de operación por tonelada de material movido en 1.50 \$/t. El precio del Uranio: 20 \$/lb U_2O_3.

¿Cuál es la relación de descapote marginal por tonelada de mineral y la máxima profundidad sustentable del tajo?

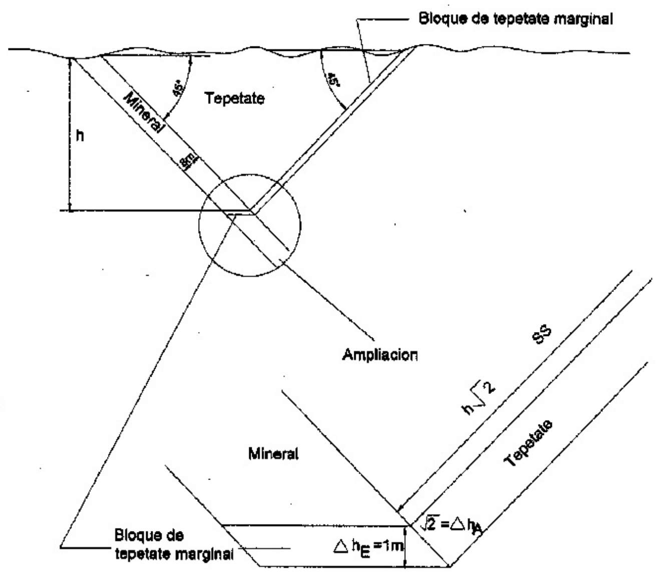


Figura 18. Sección vertical para el cálculo de una relación de descapote marginal.

Paso 1: Calculamos los réditos por t de mineral: La ley de mineral in situ es de 0.3% U_2O_3, la cual en el curso del minado es diluido un 20% por tepetate estéril, es decir, para la misma cantidad absoluta de U_2O_3 tendríamos que minar 1.2 t en lugar de 1 t. De la ley in situ solamente el 85% es recuperado durante el beneficio, así que el retorno por tonelada al precio del Uranio de 20 \$/lb U_2O_3 (con un factor de conversión de %→22.046, véase en el Capítulo 1.1.4) es:

$$\frac{0.3 \bullet 0.85}{1.2} \bullet 22.046 \bullet 20.00 = 93.70 \ \$/\text{tonelada de mineral}$$

Paso 2: De este retorno total los costos generales y de beneficio tienen que ser deducidos. El resto es:

$93.70-27-11=55.70\ \$/t$.

Los cálculos de la relación de descapote marginal estan basados en costos operativos a cielo abierto de 55.70 \$/t, así que todo el dinero sobrante puede ser usado para el minado. Con costos de minado de 1.5 \$/t, esto quiere decir que 37 t de material pueden ser movidas, permitiendo una relación de descapote marginal de 36:1.

Paso 3: Ahora la profundidad máxima del tajo en la Figura 18 puede ser determinada. Para el incremento $\Delta h_E = 1m$, el área correspondiente de tepetate en la sección en la Figura 18 es: $h \bullet \sqrt{2} \bullet \sqrt{2} = 2h$.

El área superficial de mineral en la sección de la Figura 18 es $8 \bullet \sqrt{2} \bullet 1$.Con una ley de descapote de 36:1, obtenemos:

$\frac{A}{E}=\frac{36}{1}=\frac{2h}{8\sqrt{2}}$ o $h=203.7m$,redondeando a $200m=h_{max}$.

Paso 4: De esta manera la relación de descapote promedio es:

Área de mineral en la sección transversal de la Figura 18: $8 \bullet \sqrt{2} \bullet 200 = 2{,}262.7m^2$.

Área de tepetate en la sección transversal de la Figura 18: $200 = 40{,}000m^2$, siendo una relación de descapote promedio de:

$\frac{40{,}000}{2262.7}=17.68$, redondeando quedaria 18:1.

(Debido al bajo contenido de Uranio, la densidad del tepetate y mineral es prácticamente la misma.)

10.1.2.2 Cálculo de una ley límite de costos de operación en un tajo. Cuando se usa una ley limite de costos de operación en el minado a cielo abierto, la ley limite esta en función de la profundidad, puesto que los costos de minado se incrementan con la profundidad (Véase en el Capítulo 10.1.2.1). Sin embargo, para cálculos simples es suficiente usar una relación de descapote promedio.

Ejemplo. Refiriéndose al ejemplo del Capítulo 10.1.2.1:

Costos de beneficio:	27 \$/t
Costosfijos:	11 \$/t
Costos de minado con una relación de descapote de 18:1 y costos de 1.5 \$/t por material movido:	28.50 \$/t
Total	66.50 \$/t
	redondeado a 67.00 \$/t

Con un precio de 20 $/lb de Uranio, una dilución de 20% y una recuperación de beneficio de 85%, esto es igual:

$$\frac{67 \bullet 1.2}{20 \bullet 0.85} = 4.73 \text{ lb } U_3O_8/t.$$

Convertido (factor de conversión de 22.046), el resultado es una ley límite de corte de costos de operación de 0.21% U_3O_8.

Esto, sin embargo, es solamente la ley límite de corte de costos de operación para la parte inferior del cuerpo mineral.

Para la definición de límite de corte de la cresta final, no debemos olvidar que el material, sea mineral o tepetate, tiene que ser extraído, cargado y transportado y los costos de minado aumentaran indiferentemente si se mina mineral o tepetate.

Por consiguiente un límite en costos de operación para las crestas, toma solamente los costos adicionales en consideración, como los costos de beneficio por ejemplo. En el ejemplo anterior deberían ser de solo 27 $/t.
Convertido por los mismos factores anteriores es igual a:

$$\frac{27 \bullet 1.2}{20 \bullet 0.85} = 1.91 \text{ lb } U_3O_8/t \text{ o } 0.09\% \ U_3O_8.$$

Como se mostrara en el Capítulo 11.2.3.1, la economía total de la mina depende principalmente en los flujos de efectivo de los años iniciales de operación. Por consiguiente, diferentes leyes límite son aplicadas algunas veces, una mas alta para los años iniciales para maximizar las leyes promedio, y una mas baja para los años siguientes. Frecuentemente, bastante mineral de baja ley (en nuestro mineral de ejemplo con leyes entre 2 puntos límites 0.21 y 0.09% U_3O_8) es puesto en pilas de reserva y procesado después, al menos que los precios suban considerablemente durante los años iniciales de operación y que el procesamiento del mineral de baja ley sea redituable.

Por medio de la ley límite de corte de costos de operación, las reservas en minado a cielo abierto (y subterráneo) pueden ser maximizadas. La ley limite de corte de costos de operación de 0.21% U_3O_8 en nuestro ejemplo es relativamente alta comparada con la ley promedio de 0.3% U_3O_8 (comparada en el Capítulo 9.3.2.1).

Los costos de operación pueden solamente ser efectivamente disminuidos mediante una reducción de la relación de descapote, por ejemplo, disminuyendo la profundidad final de la mina. En pasos posteriores, los tajos mas pequeños y consecuentemente las reservas mas bajas son tomadas en consideración. Como resultado, los resultados óptimos pueden ser alcanzados debido a relaciones de descapote mas favorables y, por consiguiente, costos mas bajos.

10.2 Optimización lineal.

Cuando varios depósitos minerales están localizados muy cerca, es de gran ventaja un molino central que sirva a todos los depósitos. A menudo mas de un depósito tiene que ser minado y molido al mismo tiempo, por ejemplo, para mejorar la molienda del mineral se mezcla si uno tipo de mineral es mas duro que el otro. Si tres o mas depósitos son considerados simultáneamente, se aplica un método matemático, el llamado algoritmo "simple" el cual no será discutido aquí. Sin embargo, hay que evitar operar en muchos lugares de trabajo al mismo tiempo, el número de depósitos es usualmente restringido a dos. Para encontrar un programa óptimo para esos dos depósitos puede seguirse un proceso grafico sencillo el cual se explica mejor con un ejemplo.

Ejemplo. En un proyecto de Oro, se planea un molino central para la explotación combinada de varios depósitos. Un depósito es una mina subterránea que produce el mineral primario duro. Hay varias posibilidades de minado a cielo abierto, de las cuales el mineral suave oxidizado puede ser minado. Por razones prácticas, un tajo estará en operación a la vez. La ley del mineral subterráneo es de 10 g Au/t, la ley del mineral del tajo es 5 g Au/t.

El molino central puede procesar o 100,000 t de mineral primario (duro) o 150,000 t de mineral oxidizado. La recuperación en molienda será de 90%.
El rango máximo de minado subterráneo es considerado de 35 metros verticales por año (Véase en el Capítulo 8.1) lo cual significaría una producción anual de 70,000 t. La mina subterránea será desarrollada mediante una rampa usando equipo trackless LHD. La compra de un equipo subterráneo completo resultaría en una producción mínima de un rango de 35,000 t/a.
El precio del Oro es supuesto en 400 $/oz.

¿Cómo pueden ser determinados los rangos óptimos de producción de las minas subterráneas y a cielo abierto?

Paso 1: Designando a "y" como el rango de minado subterráneo y "x" como el rango de minado a cielo abierto, llegamos a las siguientes relaciones para el minado:

$80{,}000 \geq x \geq 20{,}000;$
$70{,}000 \geq y \geq 35{,}000.$

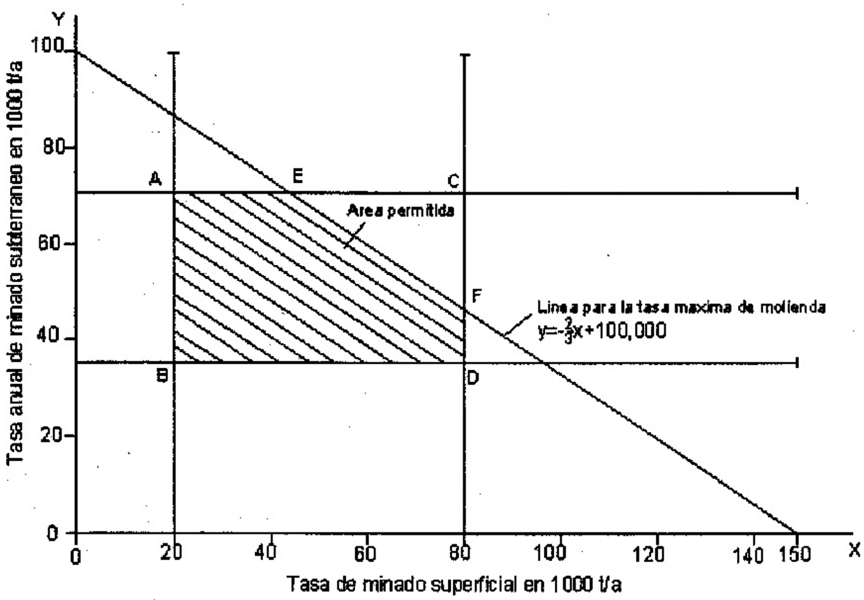
Si tomamos los rangos máximos y mínimos podemos escribir las siguientes cuatro ecuaciones:

$x_I = 20{,}000;$
$x_A = 80{,}000;$
$y_I = 35{,}000;$
$y_A = 70{,}000.$

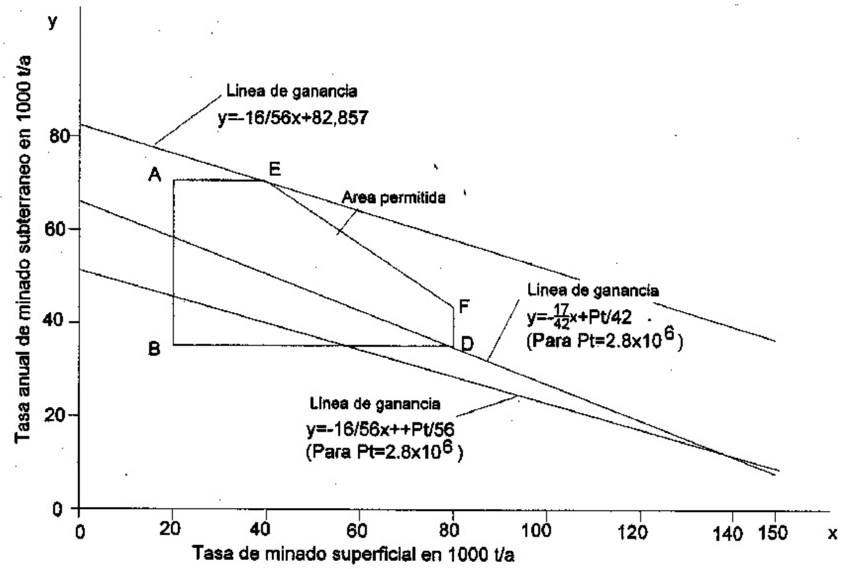
Las cuatro líneas definidas por estas ecuaciones son trazadas en una gráfica (Figura 19a). Estas forman un rectángulo ABCD que contiene todas las posibles combinaciones las cuales son admitidas por las restricciones de minado.

Paso 2: Para la molienda tenemos el límite superior de 100,000 t/a de mineral de minado subterráneo o 150,000 t/a de mineral de minado superficial:

$y_{max} = 100{,}000;$
$x_{max} = 150{,}000.$



a



b

Figura 19. a Diagrama con restricciones de minado y molienda. **b** Diagrama de a con líneas de ganancia.

Si ambos puntos son trazados en la Figura 19a, y conectados uno con otro, se obtiene una línea que contiene todas las combinaciones para la máxima utilización del molino. Todos los puntos bajo la línea son permitidos pero subutilizan el molino. Ningún punto por encima de la línea es permitido, debido a las restricciones de capacidad del molino. Tomando en cuenta las restricciones de minado y molienda, solamente los puntos dentro del pentágono ABDFE son aceptados, llamados el área permitida.

La ecuación general de la línea es:

$$y = a \bullet x + b.$$

Para la línea de rango máximo de molienda, el rango de incremento "a", que define la inclinación de la línea, es:

$$a = \frac{100,000}{150,000} = -\frac{2}{3} \quad \text{y} \quad b = 100,000.$$

La ecuación para la línea de rango máximo de molienda, por consiguiente es:

$$y = -\frac{2}{3}x + 100{,}000.$$
(1)

Paso 3:

1) Queremos optimizar la ganancia de operación para la molienda y el minado. Una ecuación para la ganancia total de operación P, es:

$$P_t = x \bullet P_o + y \bullet P_\mu.$$
(2)

Donde P_o es la ganancia de operación por tonelada de mineral minado a cielo abierto y P_μ, la ganancia por tonelada de mineral de minado subterráneo.
Esto se hace evidente ya que la Ecuación (2) es la ecuación de una línea con tres incógnitas, P_t, *x* y *y*, si consideramos P_o y P_μ como constantes y no como variables. (Como se vera abajo, P_o y P_μ son consideradas como constantes.) Entonces la Ecuación (2) puede ser escrita en la forma estándar de una ecuación lineal

$$y = -\frac{P_o}{P_\mu}x + \frac{P_t}{P_\mu}.$$
(3)

Mientras más alta y más a la izquierda quede la línea, mas grandes seran *x* y *y*, y por lo tanto, indicaran la ganancia mas alta P_t.

Echándole un vistazo a nuestra área permitida ABDEF en la Figura 19ª, uno puede ver que hay tres posibilidades para una solución óptima para la ecuación:

a) la inclinación $-\frac{P_o}{P_\mu}$ es mas plana que la de la línea EF, siendo menos que $-\frac{2}{3}$ [Véase la anterior Ecuación (1)]. Por lo consiguiente la línea de ganancia máxima debe pasar por el punto E, el significado del punto E es que da la combinación optima de los rangos de producción del minado superficial y subterráneo.

b) la inclinación $-\frac{P_o}{P_\mu}$ es más empinada que la de la línea EF, siendo mayor que $-\frac{2}{3}$. En este caso el punto F, da la óptima de los rangos de producción del minado superficial y subterráneo.

c) la inclinación $-\frac{P_o}{P_\mu}$ es la misma que la de la línea EF, siendo igual a $-\frac{2}{3}$. Cualquier punto entre E y F en la línea EF da la optima de los rangos de producción del minado superficial y subterráneo.

2) Ahora tenemos que analizar P_o y P_μ.
La ganancia de operación P es el rédito (Rev) menos los costos de operación (Co):

$$P = Rev - Co. \quad (4)$$

Los réditos por tonelada son solamente una función de la ley, recuperación y precio, pero no la depreciación. Como se muestra en el Capítulo 9.3.2.3, los costos de operación para minado a cielo abierto dependen principalmente de la relación de descapote la cual no es influenciada por completo por el rango de depreciación. Podemos, por lo consiguiente, considerar la operación a cielo abierto como si fuera una constante. Pero los costos de operación del molino están siempre en función de la depreciación. Los molinos están muy automatizados en la actualidad. Todos los sueldos son costos fijos. A mayor depreciación, más bajo son por consiguiente los costos por tonelada de mineral molido. Los costos de operación subterránea están también en función del rango de producción (Véase el ejemplo en el Capítulo 9.2.2).
Nosotros entonces, tenemos que calcular las ganancias de operación P_o y P_μ para los puntos E y F por separado.

Los datos base para los puntos E y F son:

Punto E:	rango de minado subterráneo:	70,000 t/a
	rango de minado superficial:	45,000 t/a
	rango de molienda:	115,000 t/a
Punto F:	rango de minado subterráneo:	47,000 t/a (Redondeado)
	rango de minado superficial:	80,000 t/a
	rango de molienda:	1 27,000 t/a

3) Los réditos (rev) al 90% de recuperación en el molino y el precio del Oro de 400 $/oz son para:

Mineral subterráneo a 10g/t: $\frac{10 \bullet 0.9 \bullet 400}{31.103} = 115.74\,\$/t = Rev_{\mu}$

Mineral a cielo abierto a 5g/t: $\frac{5 \bullet 0.9 \bullet 400}{31.103} = 57.87\,\$/t = Rev_{o}$

(31.103 es el factor para convertir onzas trío a g; como se vio en el Capítulo 1.1.4)

4) El contratista ha calculado los costos de operación para el minado a cielo abierto a 22 \$/t, la misma para ambos rangos de minado de 45,000 t/a y 80,000 t/a.

5) En correspondencia a otras operaciones en el área general y con métodos descritos en el Capítulo 9, los siguientes costos de operación para el minado subterráneo y la molienda son determinados:

Punto E:	rango de minado superficial de 70,000 t/a:	40 \$/t
	rango de molienda de 115,000 t/a:	20 \$/t
Punto F:	rango de minado superficial de 47,000 t/a:	55 \$/t
	rango de molienda de 127,000 t/a:	19 \$/t

6) Podemos ahora calcular las ganancias de operación P_o y P_μ para los puntos E y F siendo la ganancia P [Véase en la Ecuación (4)]:

$P = Rev - Co$

Punto E:

$$P_o = 57.87 - 22 - 20 = 15.87 \approx 16\,\$/t$$
$$P_\mu = 115.74 - 40 - 20 = 55.74 \approx 56\,\$/t$$
$$P_o = 57.87 - 22 - 19 = 16.87 \approx 17\,\$/t$$
$$P_\mu = 115.74 - 55 - 19 = 41.74 \approx 42\,\$/t$$

7) Ahora podemos usar la Ecuación (3) y derivar la siguiente relación para la línea optima de ganancias:

Punto E: $y = \frac{P_o}{P_\mu} x + \frac{P_t}{P_\mu} = -\frac{16}{56} x + \frac{P_t}{56}$

Punto F: $y = \frac{P_o}{P_\mu} x + \frac{P_t}{P_\mu} = -\frac{17}{42} x + \frac{P_t}{42}$

8) En ambos casos el grado de incremento es mas bajo que el de la línea EF que es $-\frac{2}{3}$ (Véase la Figura 19b). Por consiguiente el punto optimo maximizando las ganancias de operación es el punto E, teniendo un

rango de minado subterráneo de 70,000 t/a y un minado a cielo abierto de 45,000 t/a. La ganancia total de operación entonces es: [Véase la Ecuación (2)]:

$$P_t = x \bullet P_o + y \bullet P_\mu = 45{,}000 \bullet 16 + 70{,}000 \bullet 56 = 4{,}640{,}000\ \$/\text{año}.$$